



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

Scuola Politecnica e delle Scienze di Base
Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Ambientale

Tesi di laurea triennale in
Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio

UNA CLASSE SPECIALE DI FENOMENI
DI INSTABILITÀ



RELATORI:

Ch.mo Prof. Ing. Mario Pasquino
Dott. Ing. Ida Mascolo

CANDIDATA:

Carmelina Cusano N49/461

Fenomeni di instabilità (1)

Per scatto
(snapping)



Progettazione
di un'opera

- Tensioni e deformazioni
- Fenomeni di instabilità!



Per diramazione
(branching)



Fenomeni di instabilità (2)

Fenomeni di instabilità

Studiati per la prima volta nel '700 da Eulero

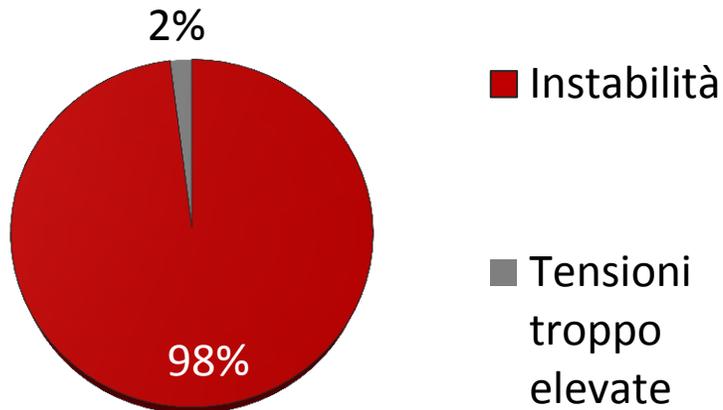
Tipici delle strutture snelle e leggere

Insidiosi, improvvisi, catastrofici

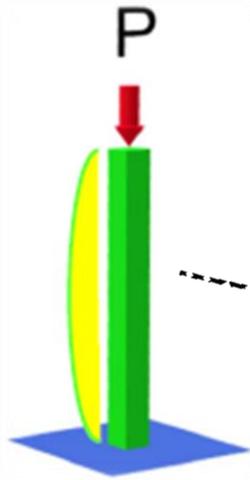
Valori modesti delle tensioni interne



CROLLI

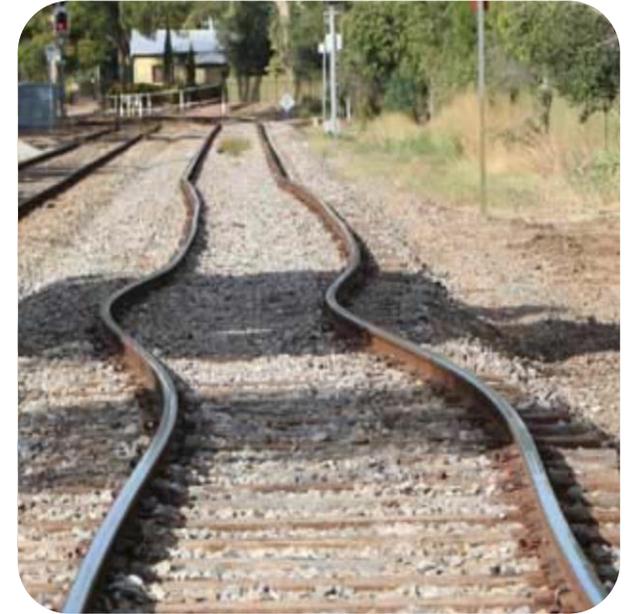


Fenomeni di instabilità (3)



Classica condizione di carico di instabilità di trave di Eulero

Instabilità di un binario innescata da variazioni termiche

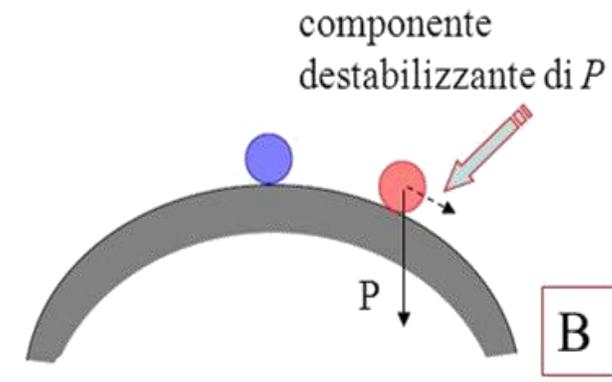
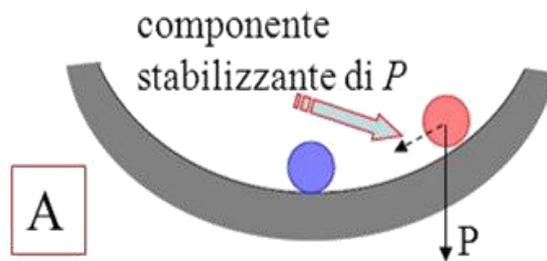


Grid shells, strutture di barre curve, soggette a instabilità locale di snap through

Equilibrio stabile, instabile, indifferente

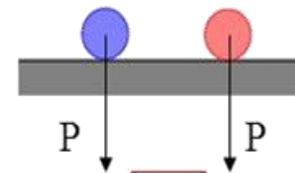
Equilibrio stabile:

Un piccolo allontanamento genera delle forze tendenti a riportare il sistema verso l'equilibrio



Equilibrio indifferente:

un piccolo allontanamento da non genera delle forze aggiuntive, per cui anche la nuova configurazione è di equilibrio.



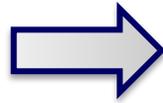
equilibrio indifferente

Equilibrio instabile:

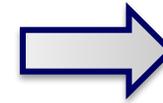
Un piccolo allontanamento genera delle forze tendenti ad allontanare ulteriormente il sistema dall'equilibrio

Criterio statico e criterio energetico

Criterio statico



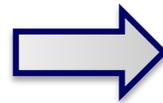
Si ricavano quei valori delle forze, detti *critici* che rendono l'equilibrio indifferente



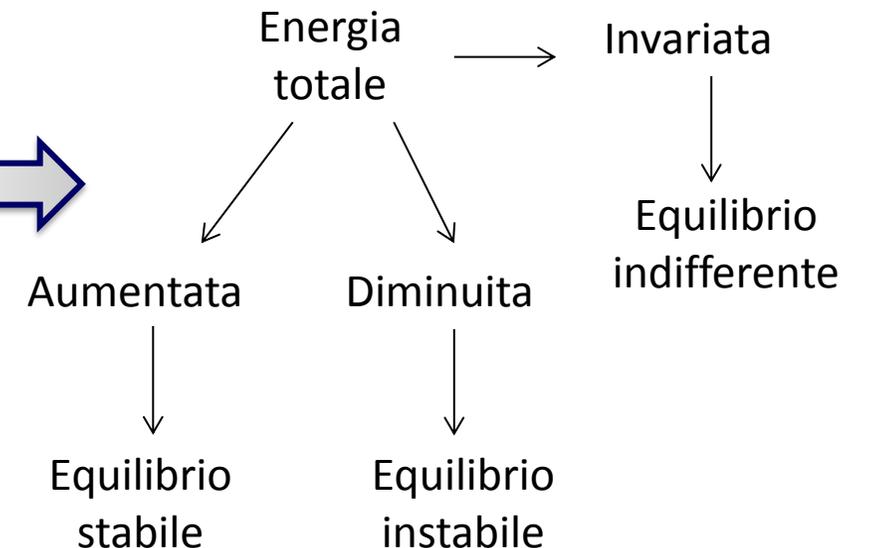
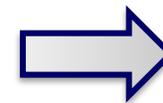
Per valori minori di quelli critici l'equilibrio è stabile, per valori maggiori è instabile.

Criterio energetico :

Allontanamento dalla condizione di equilibrio



Aumento dell'energia di deformazione elastica +
diminuzione dell'energia potenziale di posizione delle forze esterne

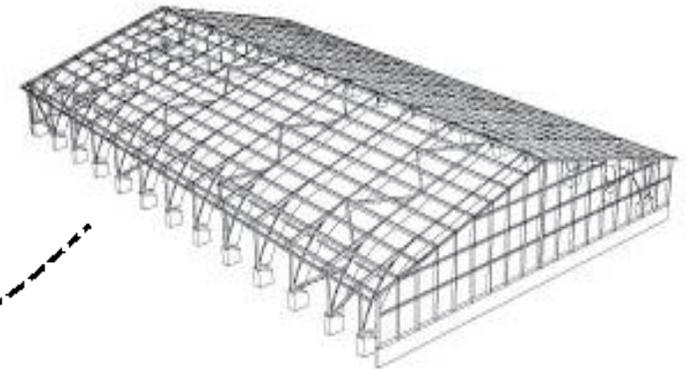


Instabilità per scatto: Caso dell'arco a tre cerniere (1)

Condizioni :

- **Sistema conservativo** ➔ Non c'è dissipazione di energia
- **Aste deformabili solo assialmente**
- **Carico applicato posizionale** ➔ Agisce sempre nella stessa posizione

*Esempio di arco a tre cerniere ribassato:
Impianto Olimpico di Ice-Hockey, Torino*



Instabilità per scatto: Caso dell'arco a tre cerniere (2)

$$N = \frac{P}{2 \sin \alpha} = \frac{P l}{2 f}$$

$$l_0 - l = \frac{N l_0}{E A} = \frac{P l}{2 f} \cdot \frac{l_0}{E A} \cong \frac{P l_0^2}{2 E A f}$$

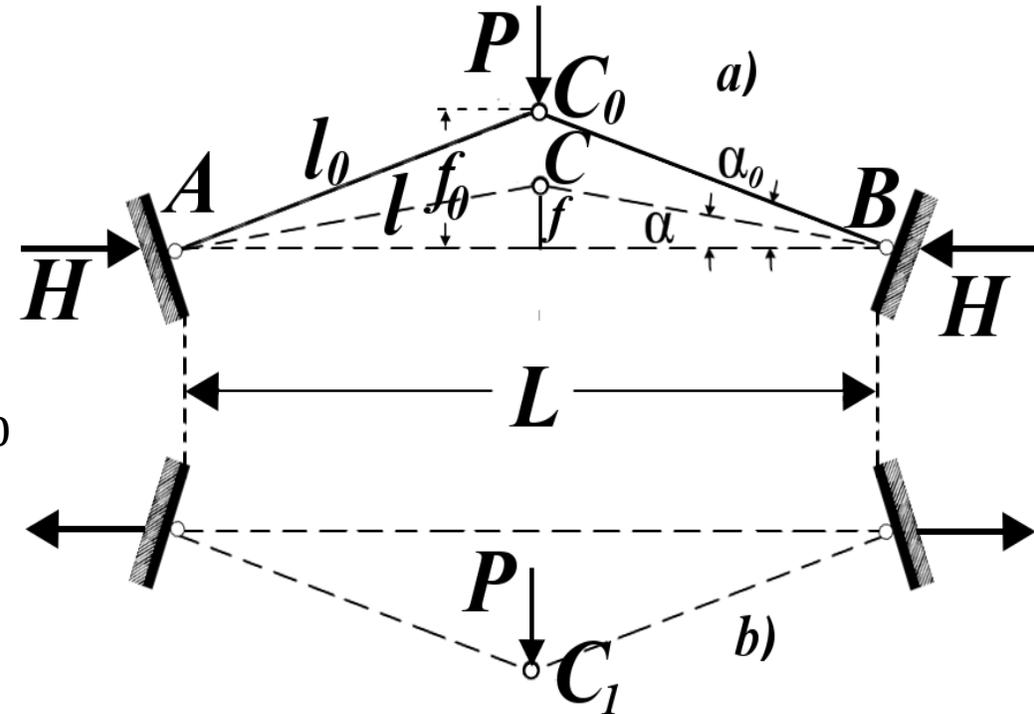
$\delta \gg l_0 - l$ → Sensibile diminuzione di f_0 → $N > N_0$

Dalla relazione $P = \frac{2 E A}{L l_0^2} f (f_0^2 - f^2)$,
 ricaviamo la derivata:

$$\frac{dP}{df} = \frac{2 E A}{L l_0^2} (f_0^2 - 3f^2) = 0 \Rightarrow f = f_{cr} = \frac{f_0}{\sqrt{3}} \Rightarrow P_{cr} = 3,08 E A \frac{f_0^3}{L^3} = 3,08 E A n_0^3$$

$n_0 = f_0/L$

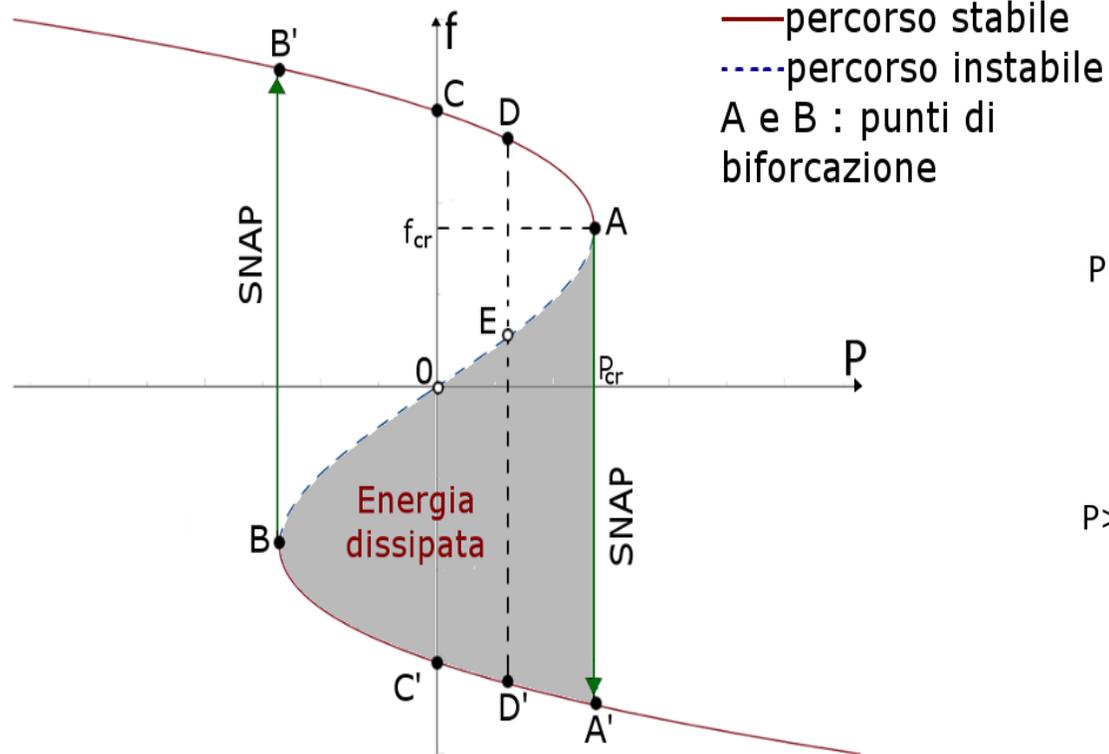
Instabilità !!



La struttura continua ad abbassarsi rapidamente: il punto C si allinea coi punti A e B, passa al disotto e si ferma in C_1 , quasi simmetrico a C_0 . Le due aste AC e BC risultano quindi tese.

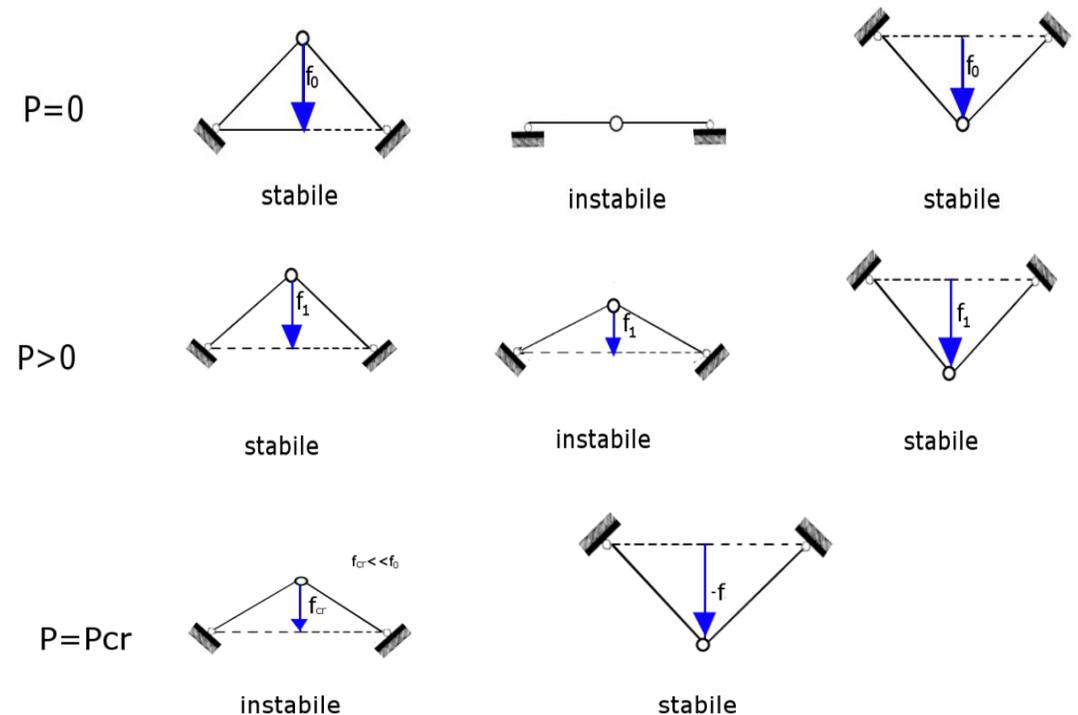
Instabilità per scatto: Caso dell'arco a tre cerniere (3)

CICLO DI ISTERESI



Fase di carico: $C \rightarrow A$ (snap)
 Fase di scarico: $A' \rightarrow B$ (snap) $\rightarrow B' \rightarrow C$

Ad una situazione di carico possono corrispondere diverse configurazioni, stabili o instabili



Instabilità per scatto: Caso dell'arco a tre cerniere (4)

➤
$$N_{cr} = \frac{P_{cr}}{2 \sin \alpha} = \frac{3,08 E A n_0^3}{2 f/l} \quad \rightarrow \quad N_{cr} = 1,33 E A n_0^2$$

➤
$$N_{cr} < N_E \quad \rightarrow \quad 1,33 E A n_0^2 < \pi^2 E J / l^2$$

L'instabilità da snapping si attinge prima che i singoli puntoni cedano per carico di punta



➤ A parità di geometria della sezione retta quanto più l'arco è ribassato tanto più il problema di instabilità da scatto prevale su quella euleriana

Conclusioni



Gli elementi di una struttura possono collassare ancor prima che intervenga la crisi del materiale qualora essi vengono sottoposti a sollecitazioni di compressione.

Per un valore del carico P_{cr} il sistema scatta verso il basso improvvisamente, liberando l'energia di deformazione, accumulata durante la compressione delle aste.

L'instabilità da scatto, a parità di geometria della sezione retta, prevale su quella euleriana.

È fondamentale progettare opportunamente le frecce al fine di tenersi ben lontani dal punto di biforcazione catastrofica.