

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI

FEDERICO II



FACOLTA' DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN  
INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO

**ABSTRACT DELL'ELABORATO DI LAUREA**

*Valutazione del trasporto solido*

*in sospensione in alveo naturale*

Relatore:

Ch.mo Prof. Ing. Massimo Greco

Candidata:

Mariarosaria Perrotta

Matr. 518/421

ANNO ACCADEMICO 2010/2011

## Inquadramento teorico

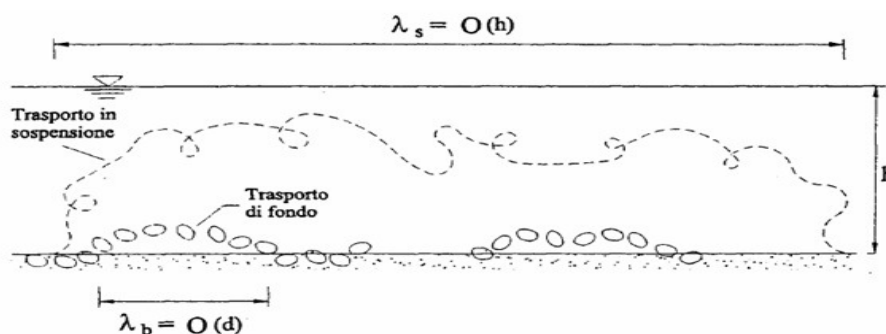
Il presente elaborato di tesi tratta del trasporto solido in alvei naturali il cui fondo, in quanto costituito da ammassi di particelle privi o parzialmente dotati di coesione, può essere soggetto per effetto dell'azione esplicata dalla corrente idrica, ad un processo di erosione che determina il progressivo distacco di particelle solide ed il loro conseguente trasporto in equilibrio idrodinamico. Il moto dei sedimenti nei corsi d'acqua può provocare variazioni morfologiche notevoli in tempi assai brevi che si presentano come fenomeni di erosione o di sedimentazione.

La capacità di trasporto di un fluido è la massima quantità di una particolare aggregazione di sedimenti che la corrente riesce a trasportare. Questa condizione richiede che sia disponibile una quantità di materiale tale da consentire il raggiungimento della capacità di trasporto. In caso contrario, la corrente trasporta tutto ciò che è disponibile: in queste condizioni la portata solida effettiva non coincide con la capacità di trasporto.

Il materiale d'alveo di un corso d'acqua si mette in movimento quando le forze idrodinamiche (di resistenza e di portanza) prevalgono sulle forze che si oppongono al movimento: forza peso e interazione con le particelle circostanti (cioè attrito).

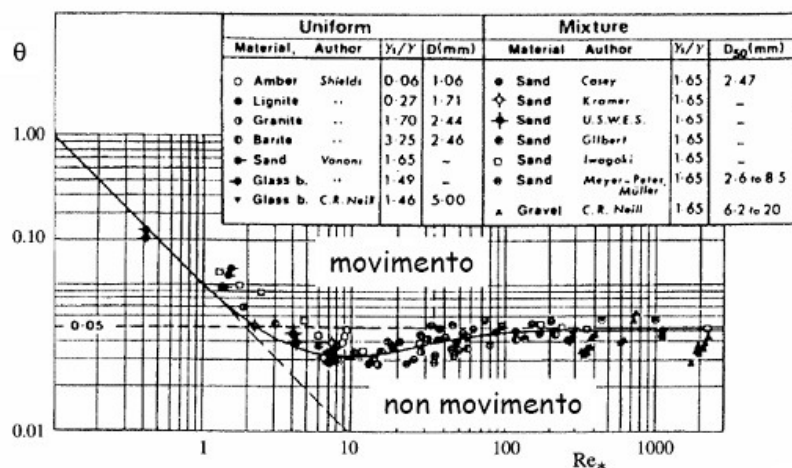
Una volta che il materiale si è messo in movimento, esso può continuare il suo moto secondo due modalità:

1. Moto di fondo per rotolamento o saltazione. Il materiale si sposta rotolando sul fondo oppure attraverso un'alternanza di piccoli salti, durante i quali il materiale si alza ad una distanza relativamente piccola dal fondo (dell'ordine della dimensione delle particelle stesse).
2. Moto in sospensione. La particella viene sollevata ad un'altezza dal fondo dell'ordine del tirante d'acqua, e prima di ritornare al fondo percorre un tratto confrontabile con il tirante d'acqua (spesso ad esso diverse volte superiore).



L'inizio del movimento delle particelle giacenti sull'alveo di un corso d'acqua è stato trattato da Shields (1936) in ipotesi di particelle omogenee, non coesive, su fondo orizzontale.

Dopo numerose prove sperimentali egli determinò una curva che separa la zona di mobilità delle particelle da quella di immobilità:



Per i punti che giacciono sotto la curva il moto dell'acqua non è in grado di provocare il moto delle particelle ( $\theta \leq \theta_c$ ), mentre i punti che giacciono al di sopra della curva rappresentano condizioni di movimento dei sedimenti.

In quest'elaborato ci si è soffermati sul trasporto in sospensione delle particelle, che è legato al prevalere su di esse delle forze di portanza legate al moto turbolento. Poiché queste ultime dipendono sostanzialmente dal valore della velocità d'attrito  $u_*$ , è lecito pensare che esista per ogni particella un valore critico della velocità d'attrito per cui essa viene trasportata in sospensione. A differenza della soglia critica dell'inizio del movimento di Shields, la definizione dell'inizio del trasporto in sospensione risulta assai meno certa e più suscettibile dell'interpretazione soggettiva degli autori che l'hanno proposta.

Le teorie per stimare la portata solida in sospensione si basano sulla teoria gravitazionale e sulla teoria della diffusione, la quale riesce ad interpretare meglio i dati osservati e per questo è favorita.

I modelli diffusivi derivano dalla teoria della diffusione turbolenta e si basano sul principio di conservazione della massa dispersa, ritenendo la portata solida come la somma di una portata diffusiva e di una portata convettiva.

Definita  $c$  la concentrazione volumetrica del materiale solido come  $\frac{V_s}{V_s+V_a}$ , l'equazione di continuità della fase solida è:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_s c) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_s c u_s) = 0$$

tenendo conto che  $\rho_s$  è costante e che ci troviamo in ipotesi semplificative di: moto permanente e uniforme, concentrazione delle particelle trasportate in sospensione invariabile nel tempo in ogni punto della sezione del corso d'acqua; l'equazione della diffusione diventa:

$$w_s c + \varepsilon_s \frac{\partial c}{\partial y} = 0$$

con  $\varepsilon_s$  coefficiente di diffusione turbolenta della fase solida pari al prodotto  $\beta\varepsilon$ , dove  $\beta$  è un coefficiente di proporzionalità e  $\varepsilon$  coefficiente di diffusione turbolenta della quantità di moto della corrente, legato alla legge di distribuzione degli sforzi tangenziali ( $\tau$ ) e a quella del profilo di velocità lungo la verticale.

Una soluzione all'equazione della diffusione è stata proposta da Rouse nel 1937

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{y_0}$$

ed è fondata sull'ipotesi che lo sforzo tangenziale sia linearmente distribuito dal valore massimo al fondo, al valore minimo in superficie e che il profilo di velocità sia logaritmico.

Tramite semplici passaggi si arriva alla seguente formula finale:

$$\frac{c}{c_a} = \left[ \frac{h-y}{y} \frac{y_a}{h-y_a} \right]^{\text{Rouse}}$$

In cui  $h$  è il tirante idrico, l'apice indica il *numero di Rouse* che è pari a  $w_s/\beta u_* \kappa$ ,  $y_a$  una distanza dal fondo alla quale si assume che inizi il trasporto solido in sospensione e  $c_a$  la concentrazione a tale quota.

La maggiore difficoltà nell'applicare la soluzione proposta da Rouse deriva dalla necessità di attribuire un appropriato valore di riferimento  $c_a$  alla concentrazione in un punto di quota  $y_a$ , nonché dall'oculata scelta del valore  $y_a$ .

È questo un aspetto fondamentale e, purtroppo, ancora aperto del problema per il quale è stata suggerita più di una soluzione. Tra queste quelle che hanno riscontrato maggiori consensi sono riportate in tabella:

Rouse (1937)	$y_a = 0,05 h$	$\frac{c}{c_a} = \left[ \frac{h-y}{y} \frac{y_a}{h-y_a} \right]^{\text{Rouse}}$
Van Rijn (1984)	$y_a = 0,015 h$	$c_a = 0,015 \frac{d}{y_a} \left( \frac{\theta - \theta_c}{\theta} \right)^{1,5} d_*^{-0,3}$
Einstein (1950)	$y_a = 2 d$	$c_a = \frac{q_b}{11,6 u_* y_a}$

dove  $q_b$  è la portata solida al fondo che per Mayer-Peter Muller è pari a  $\phi \sqrt{g d^3 \Delta}$ , con

$$\phi = 8(\theta - \theta_c)^{\frac{3}{2}} \quad \text{e} \quad \Delta = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \text{ densità relativa ridotta.}$$

## Applicazioni

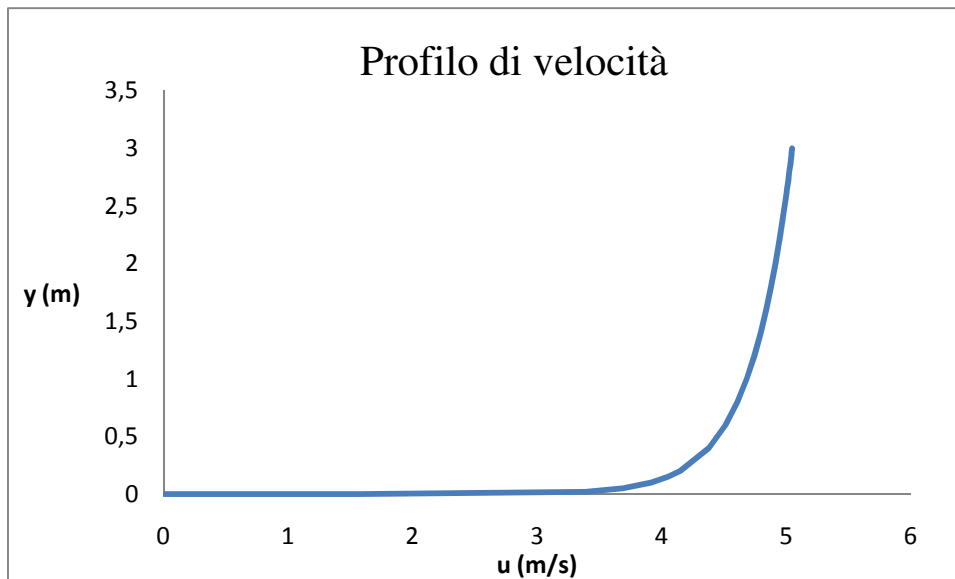
### Caso 1

È stata calcolata la portata in sospensione di un alveo larghissimo avente pendenza  $i = 0,06\%$  e  $h = 3 \text{ m}$ . Il materiale costituente il fondo ha densità  $\rho_s = 2600 \text{ kg/m}^3$  e granulometria uniforme  $d = 0,025 \text{ mm}$ .

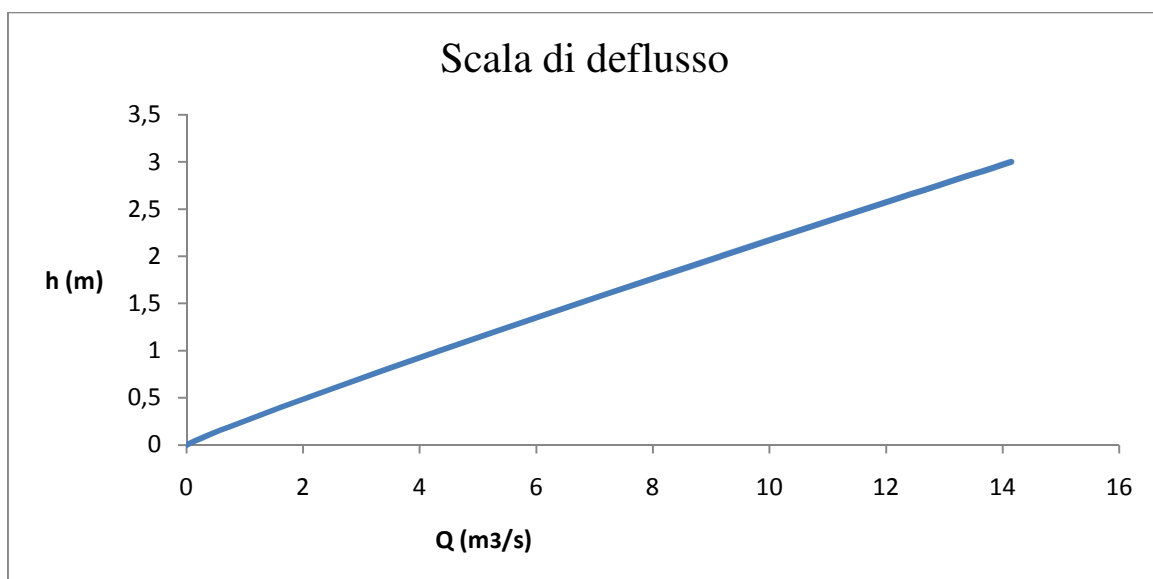
Dapprima sono state determinate le caratteristiche idrauliche della corrente tramite la legge logaritmica di Prandtl per il calcolo della velocità di corrente in ipotesi di parete liscia:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \left[ \ln \left( \frac{y u_*}{\nu} \right) + 5,75 \right]$$

Ottenendo il seguente profilo di velocità della corrente:



Integrando l'equazione logaritmica di Prandtl otteniamo la portata liquida defluente in funzione del tirante idrico e la scala di deflusso:



La portata solida in sospensione è definita per alveo larghissimo come:

$$q_s = \int_{y_a}^h c u dy$$

In cui  $c$  è la concentrazione di sospeso all'interno della corrente che si ottiene dalla formula di Rouse:

$$\frac{c}{c_a} = \left[ \frac{h-y}{y} \frac{y_a}{h-y_a} \right]^{Rouse}$$

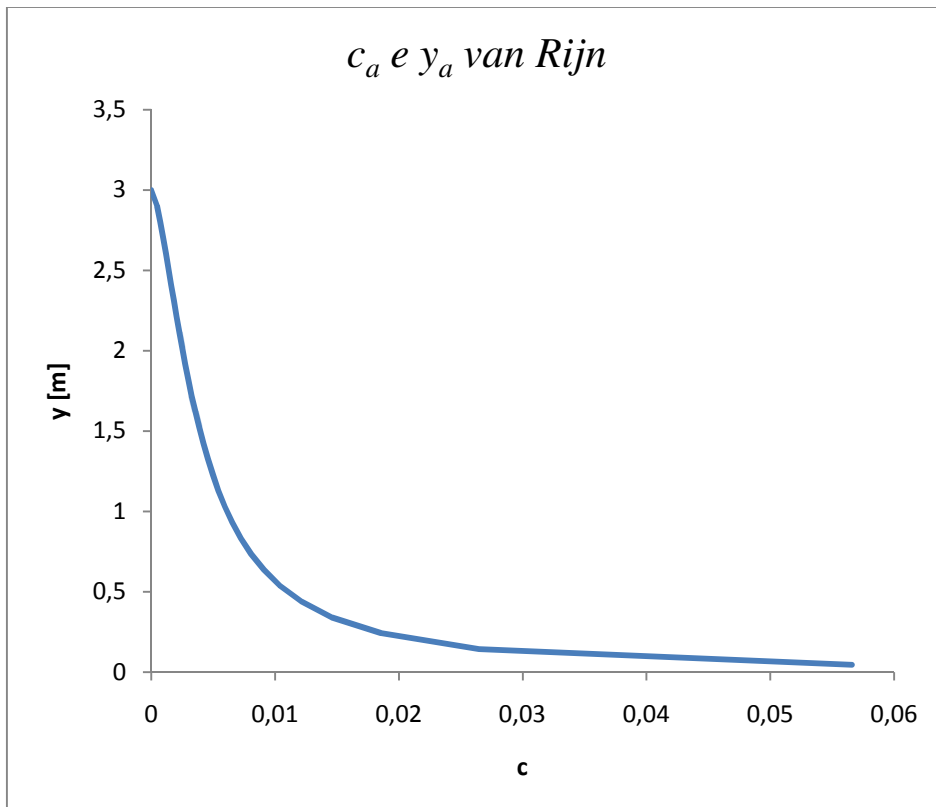
Per verificare che ci sia trasporto in sospensione abbiamo calcolato  $w_s$  (velocità di caduta delle particelle in acqua in quiete) con la formula di She del 2005

$$w_s = 1,05d_* \frac{v}{d} \left( 1 - e^{-0,03d_*^{1,2}} \right)$$

e lo abbiamo rapportato alla velocità di attrito  $u_*$  e abbiamo visto che il rapporto è compreso tra 0 e 0,8 essendo  $w_s = 0,0338$  m/s e  $u_* = 0,133$  m/s il loro rapporto è pari a 0,25.

Per determinare i valori di riferimento  $y_a$  e  $c_a$  sono state prese in considerazione le formule proposte da van Rijn per cui  $y_a = 0,045$  m e  $c_a = 0,0566$ . Calcolato  $y_a$  si definisce l'intervallo di variazione della concentrazione, per cui si è stabilito un passo  $\Delta = \frac{h-y_a}{n}$  con  $n = 30$ .

Noto  $w_s$  si procede al calcolo del numero di Rouse  $\frac{w_s}{u_*\kappa} = 0,637$ , otteniamo a questo punto il profilo di concentrazione



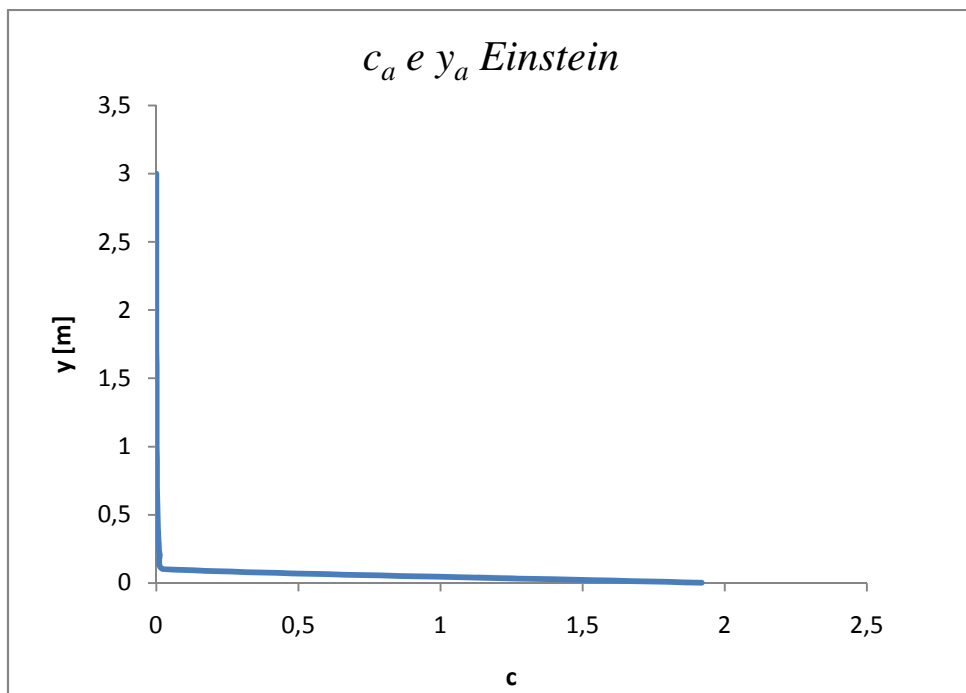
Per calcolare, infine, la portata solida abbiamo discretizzato l'integrale riducendolo alla seguente sommatoria

$$\sum_i (c u)_{m_i} \Delta y$$

essendo  $(c u)_m$  il valore medio di tale prodotto calcolato alla quota  $y$  e alla quota  $y + \Delta y$ .

In tal modo  $q_s = 0,085 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Per Einstein  $y_a = 0,0005 \text{ m}$  e  $c_a = 1,531$ . Seguendo lo stesso procedimento del caso precedente otterremo, quindi questo profilo di concentrazione:



La portata solida, calcolata ancora una volta discretizzando l'integrale, sarà pari a  $0,0385 \text{ m}^3/\text{s}$ .

È stata calcolata la portata solida in sospensione anche con la formula proposta da van Rijn:

$$q_s = F U h c_a$$

dove

$$F = \frac{\left(\frac{y_a}{h}\right)^{Z'} - \left(\frac{y_a}{h}\right)^{1,2}}{\left(1 - \frac{y_a}{h}\right)^{Z'} (1,2 - Z')}$$

con



$$Z' = \frac{w_s}{\beta_\varepsilon u_* \kappa} + 2,5 \left( \frac{w_s}{u_*} \right)^{0,8} \left( \frac{c_a}{C_*} \right)^{0,4}$$

in cui il coefficiente di proporzionalità  $\beta_\varepsilon \cong 1$  e  $C_*$  rappresenta la concentrazione volumetrica massima ammissibile per le particelle in quiete che, secondo l'autore, per particelle naturali può essere assunta pari a 0,65. Prenderemo dapprima i valori di  $c_a$  e  $y_a$  forniti dallo stesso autore già calcolati in precedenza.

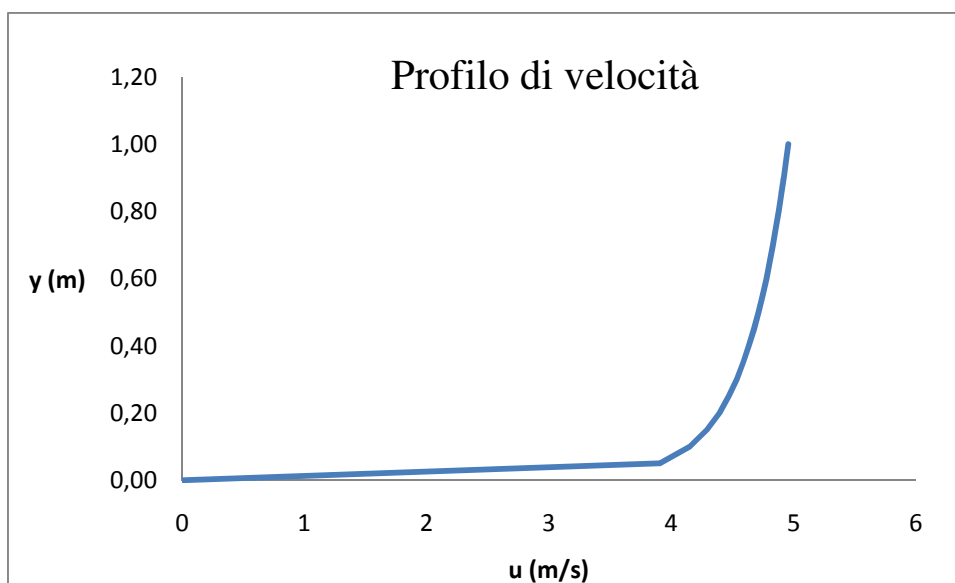
La portata solida in questo caso è pari a  $0,039 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Considerando invece  $c_a$  e  $y_a$  calcolati con le formule proposte da Einstein si ottiene un valore di portata solida pari a  $0,001 \text{ m}^3/\text{s}$ .

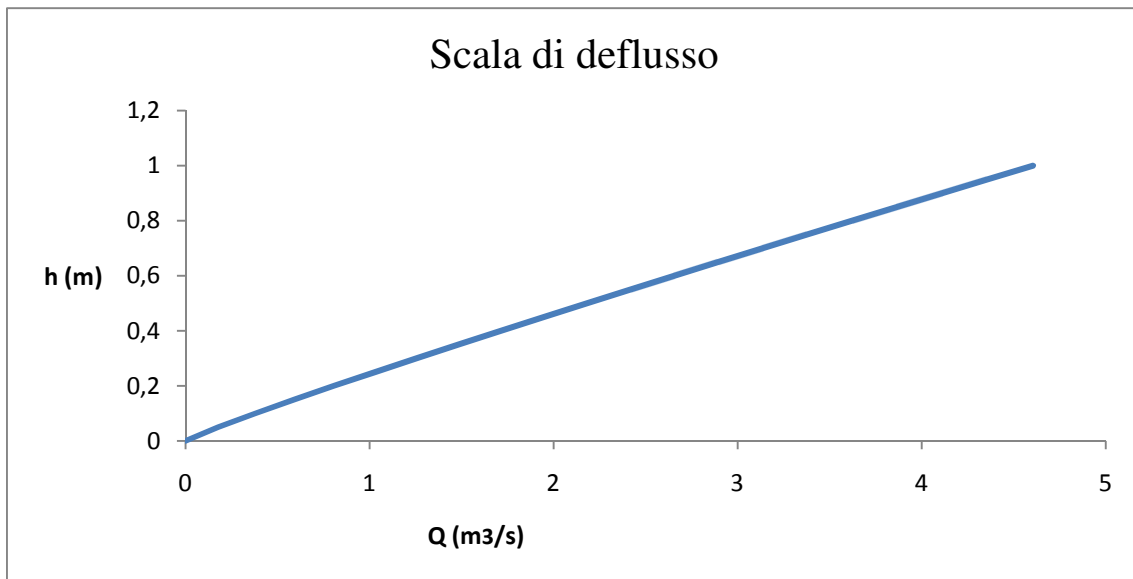
### Caso 2

Nel secondo caso in considerazione un alveo con pendenza  $i = 0,002$  e tirante idrico  $h = 1 \text{ m}$ , mentre la densità del materiale e la granulometria restano invariate.

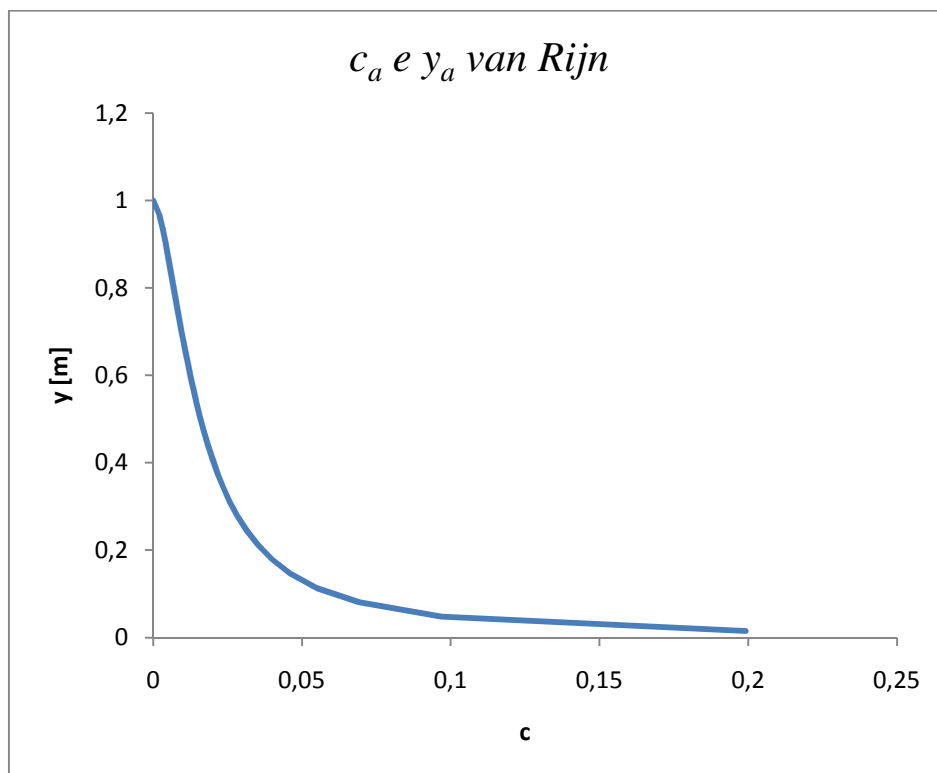
Seguendo lo stesso procedimento si ottiene il seguente profilo di velocità



e la seguente scala di deflusso:

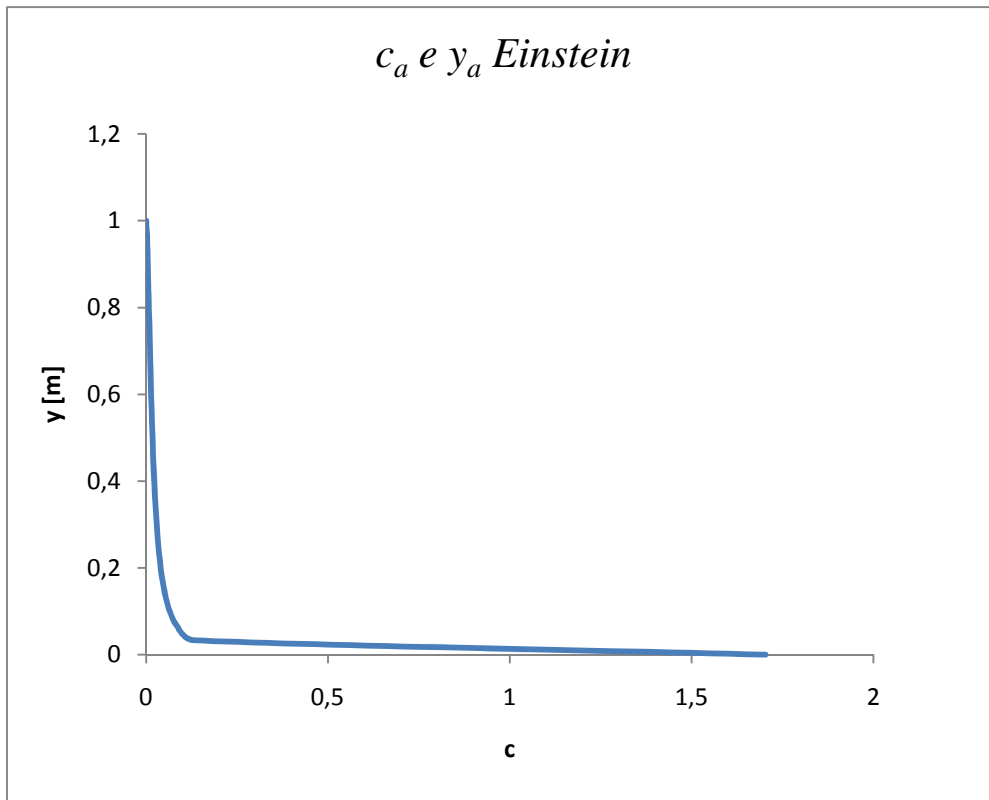


Per il calcolo della portata solida utilizzando le formule di van Rijn avremo  $y_a = 0,015$  m e  $c_a = 0,1991$  da cui otteniamo questo profilo di concentrazione:



La portata solida, calcolata ancora una volta discretizzando l'integrale, è pari a  $0,1062$  m<sup>3</sup>/s.

Secondo Einstein invece  $y_a = 0,0005$  m e  $c_a = 1,7035$  e si ottiene il seguente profilo di concentrazione:



La portata solida con i parametri di Einstein sarà pari a  $0,0246 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Come nel caso precedente è stata valutata la portata solida in sospensione con la formula di van Rijn e si sono ottenuti i seguenti risultati:

	$c_a$ e $y_a$ di van Rijn	$c_a$ e $y_a$ di Einstein
$q_s$ (van Rijn)	$0,0312 \text{ m}^3/\text{s}$	$0,0014 \text{ m}^3/\text{s}$

## Conclusioni

Notiamo che sia nel Caso 1 che nel Caso 2 la concentrazione di riferimento secondo Einstein è maggiore dell'unità e che i due valori di  $y_a$  sono uguali perché dipendono dal diametro delle particelle e non dal tirante idrico, a differenza di van Rijn.

Si osserva come nei due diversi casi il calcolo della portata solida in sospensione con i due procedimenti di integrazione danno valori diversi, ma dello stesso ordine di grandezza. In particolare si osserva che, utilizzando il procedimento di integrazione di Rouse con  $c_a$  e  $y_a$  calcolati secondo

Einstein e la formula di van Rijn con  $c_a$  e  $y_a$  proposti dallo stesso autore, si ottiene un valore di portata solida in sospensione coincidente per il primo caso e poco differente per il secondo.