

Università degli Studi di Napoli Federico II



Scuola Politecnica e delle Scienze di Base

Corso di laurea in

Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE EDILE E
AMBIENTALE

TESI DI LAUREA

***IMPLEMENTAZIONE ALLE DIFFERENZE FINITE
DELL'EQUAZIONE DELLA CONSOLIDAZIONE
IN CAMPO LINEARE E NON LINEARE
CONSIDERANDO ANCHE EFFETTI ELETTROSMOTICI***

RELATORE

Ch.mo Prof. Ing. Alessandro Flora

CANDIDATO

Massimo Papa M67/47

CORRELATORE

Prof.ssa Ing. Stefania Lirer

Ing. Sara Gargano

ANNO ACCADEMICO 2016/2017

Il presente lavoro di Tesi è incentrato sull'analisi del meccanismo della Consolidazione monodimensionale che interessa terreni a grana fine, ed in particolare il materiale di dragaggio, ossia materiale proveniente da attività di dragaggio

Il problema principale connesso con tali attività è rappresentato dalla collocazione di elevati volumi di materiale spesso caratterizzati da un certo grado di inquinamento.

Tra le diverse destinazioni di tale materiale, quella che prevede il conferimento in vasche di colmata, assolve ad una duplice funzione; infatti, da un lato consente di recapitare tale materiale (spesso caratterizzato da un certo livello di inquinamento) in una condizione compatibile con la salva guardia e sicurezza ambientale, in quanto è garantita la totale impermeabilità della vasca nei riguardi dell'acqua, e dall' altro lato prevede il riutilizzo di tale materiale per ampliare banchine ed infrastrutture portuali, nell'ottica quindi di considerarlo come una possibile risorsa e non soltanto come un rifiuto.

Da queste premesse lo studio del processo di consolidazione di tale materiale appare un aspetto fondamentale, soprattutto considerando che, il materiale di dragaggio presenta peculiari caratteristiche geotecniche, quali quelle di possedere un elevatissimo contenuto d'acqua iniziale (e quindi indice dei vuoti), di essere caratterizzato da scadenti proprietà meccaniche, di essere soggetto a grandi deformazioni e ad processo di consolidazione che si sviluppa già per peso proprio del materiale. Per cui, il volume occupato da tale materiale alla fine del processo di consolidazione, risulta molto minore rispetto a quello iniziale nel momento in cui viene conferito in vasca di colmata. È alla luce di tali considerazioni, che appare molto importante valutare il processo di consolidazione di tale materiale, che come viene evidenziato nel corso del presente lavoro di tesi, presenta caratteristiche per le quali la sua descrizione esula dal tradizionale modello della consolidazione di Terzaghi, per il venir meno delle ipotesi fondanti alla base del modello stesso, in particolare quella di piccoli spostamenti (Small Strain). Si prenderà, quindi, in considerazione il modello di Gibson, che prevede grandi deformazioni (Large Strain), e ciò comporterà il passaggio da un sistema di riferimento di tipo Euleriano ad uno di tipo Lagrangiano.

L'equazioni alla base dei due modelli di Terzaghi, nel campo dei piccoli spostamenti, e di Gibson, nel campo dei grandi spostamenti, sono rispettivamente le seguenti:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1)$$

$$(\gamma_s - \gamma_w) \frac{d}{de} \left[\frac{k(e)}{1+e} \right] \frac{\partial e}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k(e)}{\gamma_w(1+e)} \frac{d\sigma'}{de} \frac{\partial e}{\partial z} \right] + \frac{\partial e}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

L'equazione (2) presuppone la definizione preliminare delle leggi di compressibilità e permeabilità. A tal fine sono state considerate le seguenti relazioni:

$$e = A(\sigma' + Z)^B \quad (3)$$

$$k = Ce^D \quad (4)$$

L'obiettivo di questa tesi è l'elaborazione di due codici di calcolo sviluppati in Matlab, che consentono di risolvere l'equazione della consolidazione sia in campo dei piccoli spostamenti (Terzaghi, 1920), e sia nel campo dei grandi spostamenti (Gibson, 1984), mediante l'implementazione del metodo numerico alle Differenze Finite.

In particolare, è stato utilizzato il metodo di Eulero esplicito (Forward Euler Method), ottenendo le seguenti equazioni discretizzate (5) e (6):

$$u_i^{j+1} = r(u_{i+1}^j + u_{i-1}^j) - (1 - 2r)u_i^j \quad (5)$$

$$e_{i,j+1} = e_{i,j} - \frac{\Delta t}{\gamma_w} \left\{ \left(\gamma_c \beta(e_{i,j}) + \left[\frac{\alpha(e_{i,j+1}) - \alpha(e_{i-1,j})}{2\Delta z} \right] \right) \cdot \left[\frac{e_{i,j+1} - e_{i-1,j}}{2\Delta z} \right] + \alpha(e_{i,j}) \cdot \left[\frac{e_{i+1,j} - 2e_{i,j} + e_{i-1,j}}{\Delta z^2} \right] \right\} \quad (6)$$

Nel codice di calcolo alla base del modello di Terzaghi le condizioni ai bordi e la condizione iniziale s'impongono sulla funzione $u(z,t)$, ossia sulla sovrappressione neutra, che rappresenta la variabile dipendente dell'equazione di Terzaghi (1). Mentre nel codice alla base del modello di Gibson, le condizioni s'impongono sulla funzione $e(z,t)$, che rappresenta l'indice dei vuoti del materiale, variabile dipendente dell'equazione di Gibson (2).

Sono state considerate condizioni sia del primo ordine di Dirichlet, per modellare matematicamente la condizione geotecnica di bordo drenante, che condizioni del secondo ordine di Neumann, per modellare matematicamente la condizione di bordo impermeabile e quindi assenza di flusso attraverso tale superficie limite.

Per quanto riguarda la condizione di Dirichlet, nel codice Small Strain sviluppato secondo il modello di Terzaghi, si traduce nell'imporre pari a zero il valore della sovrappressione neutra u su tale superficie. Mentre nel codice sviluppato nel campo dei grandi spostamenti (Large Strain), la condizione imposta sulle sovrappressioni neutre si traduce in termini di indice dei vuoti grazie alla legge di compressibilità (3).

Per quanto riguarda la condizione di Neumann, matematicamente si traduce nell'annullarsi della derivata prima della pressione neutra.

Una volta delineati i due modelli teorici e matematici alla base dei due codici numerici, si è poi preso in considerazione il meccanismo Elettrosmotico, quale tecnica volta ad accelerare il processo di consolidazione.

L'elettrosmosi è il processo in cui l'applicazione di una differenza di potenziale elettrico tra due elettrodi opportunamente predisposti nel terreno, costituiti da un anodo (elettrodo positivo) ed un catodo (elettrodo negativo), genera un processo di filtrazione in regime transitorio dell'acqua all'interno del mezzo poroso. Il meccanismo della Consolidazione Elettrosmotica monodimensionale è stato modellato considerando il mutuo accoppiamento tra conduzione elettrica ed idraulica nei mezzi porosi. Applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, si è potuto esprimere la velocità complessiva di filtrazione (\vec{v}) nel mezzo poroso, in funzione dei gradienti delle rispettive funzioni potenziali che costituiscono le forze motrici dei due processi mutuamente accoppiati, ossia quello elettrico e quello idraulico.

$$\vec{v} = -\vec{k}_h \text{ grad } (h) - \vec{k}_e \text{ grad } (\varphi) \quad (7)$$

Considerando poi la legge di conservazione della carica elettrica, si sono ottenuti i due sistemi di equazioni differenziali alle derivate parziali che contemplano anche il meccanismo elettrosmotico, a partire dalle equazioni (1) e (2). Si riportano di seguito i due sistemi completi di equazioni differenziali (8) e (9) implementati nei due rispettivi codici di calcolo, che contemplano anche il meccanismo elettrosmotico accoppiato al processo idraulico:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \left(\frac{k_{ez}}{k_{hz}} \cdot \gamma_w \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{1}{c_v} \frac{\partial u}{\partial t} \\ \lambda \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = C_p \frac{\partial \varphi}{\partial t} \end{cases} \quad (8)$$

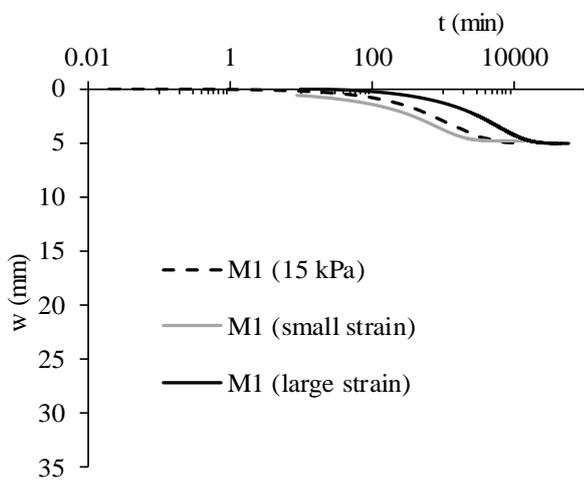
$$\begin{cases} (\gamma_s - \gamma_w) \frac{d}{de} \left[\frac{k(e)}{1+e} \right] \frac{\partial e}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k(e)}{\gamma_w (1+e)} \frac{d\sigma'}{de} \frac{\partial e}{\partial z} \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k^e}{1+e} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right] + \frac{\partial e}{\partial t} = 0 \\ \lambda \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = C_p \frac{\partial \varphi}{\partial t} \end{cases} \quad (9)$$

I due sistemi di equazioni (8) e (9), sono stati risolti mediante il Metodo alle Differenze Finite (Forward Euler Method) grazie a due algoritmi elaborati in Matlab.

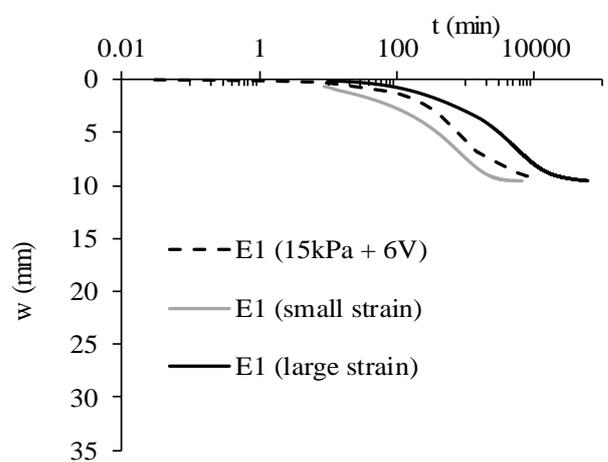
Il lavoro di tesi ha previsto poi lo sviluppo di prove di laboratorio di compressione edometrica, svolte in edometro speciale, strumento mediante il quale è possibile applicare sia

un carico meccanico (M) che un carico meccanico ed elettrico insieme (ME). È stato così possibile considerare il meccanismo elettrosmotico, applicando un gradiente di potenziale elettrico tramite una differenza di potenziale applicata tra due elettrodi posti al bordo superiore (anodo (+)) e al bordo inferiore (catodo (-)) dello strumento.

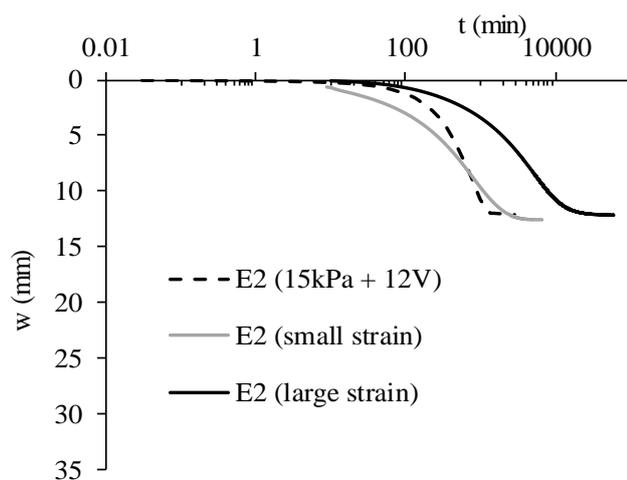
Con lo sviluppo dei due codici numerici è stato possibile simulare le prove sperimentali di compressione edometrica, contemplando anche il meccanismo Elettrosmotico, e confrontare poi i risultati in termini di curve cedimenti-tempo $w=w(t)$. Si riportano i risultati delle simulazioni di 4 delle sei prove di compressione edometrica svolte. Le prove M1, E1, E2, E3 hanno seguito lo stesso percorso di carico $1 \rightarrow 3.6 \rightarrow 8$ kPa, nell'incremento di carico successivo (da 8 a 15 kPa), nelle prove E1, E2 ed E3 è stato applicato contemporaneamente una differenza di potenziale elettrico rispettivamente pari a 6V, 12V, 20V.



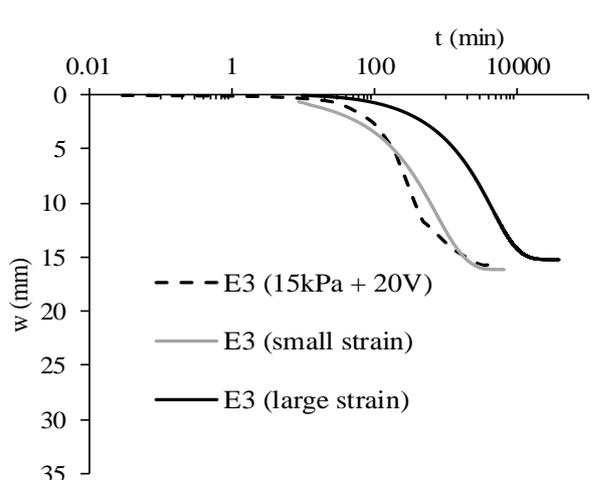
Prova M1



Prova E1



Prova E2



Prova E3