

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II**

**FACOLTÀ DI INGEGNERIA**



**CORSO DI LAUREA IN**

**INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO**

(Classe Delle Lauree In Ingegneria Civile e Ambientale, Classe N. 8)

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA IDRAULICA, GEOTECNICA ED AMBIENTALE

**ELABORATO DI LAUREA**

***Fenomeni di moto vario nei canali a pelo libero***

Relatore:

*Ch.mo Prof. Ing. Massimo Greco*

Candidato:

*Valentina Illiano*

Matr. 518/415

Anno accademico 2010/2011

## **1. Premessa**

Il fenomeno di moto vario, all'interno sia delle correnti a pelo libero, sia di quelle in pressione, si ha quando le grandezze caratteristiche del processo, in particolare velocità e pressione, variano da punto a punto nello spazio occupato dal liquido in movimento e, per uno stesso punto, da istante a istante. Un tipico esempio di moto vario nelle correnti a pelo libero si ha in occasione di un deflusso con portata variabile, a causa per esempio di un evento di piena. In questo tipo di correnti il moto vario si manifesta modificando, nel tempo, la posizione della superficie libera e la profondità della corrente. In questo elaborato per prima cosa verrà trattato in modo generale il moto vario nelle correnti a pelo libero, analizzando, poi, tutte le equazioni che lo reggono, e facendo particolare attenzione alle equazioni del De Saint Venant e alla loro risoluzione mediante il metodo delle differenze finite, nello specifico con il metodo di Mac Cormack. Verrà affrontato un esempio pratico, che concettualmente corrisponde allo studio del moto in un canale di bonifica, in cui periodicamente un impianto di sollevamento preleva portate variabili in modo assegnato dall'estremo di valle del canale collettore della bonifica stessa. Questo schema è abbastanza frequente nella pratica tecnica, poiché di solito il corpo recettore in cui sversare le acque drenate è a quota superiore a quella dei canali di scolo della bonifica. Per questo esempio si procederà con una serie di calcoli e di grafici per valutare le variazioni di tirante idrico e di portata nel tempo, in relazione a diversi tipi di manovre possibili a valle.

## **2. Equazioni del De Saint Venant**

La corrente fluida non è altro che il movimento di un liquido in cui si possa considerare che una direzione, quella del moto, sia molto maggiore di quelle ad essa ortogonali. Essa si dice in regime stazionario se le varie particelle che passano successivamente per uno stesso punto hanno la medesima velocità e viene detta in pressione se

il fluido occupa tutto il volume del condotto in cui si muove o a pelo libero se ne occupa solo una parte mentre una parte della superficie di contorno è a contatto con un' ambiente, di solito l' atmosfera, a pressione costante. Quando la corrente si muove in moto permanente vuol dire che il campo delle velocità è indipendente dal tempo, ovvero in ogni punto il vettore velocità non varia nel tempo. Quando parliamo di corrente gradualmente variata intendiamo che il deflusso avvenga in un alveo abbastanza regolare e dove sono trascurabili le accelerazioni subite dalle particelle in direzione verticale o laterale alla corrente. Dalle equazioni indefinite del moto, o da quelle di Eulero, questa osservazione ci permette di riconoscere che in una corrente gradualmente variata le pressioni seguono la legge idrostatica, e che quindi, in una sezione trasversale della corrente, la quota piezometrica è costante in ogni punto se essa è gradualmente variata. L' equazione fondamentale delle correnti a pelo libero gradualmente variate defluenti in moto permanente in alvei di piccola pendenza che ci permette di tracciare un profilo di corrente è:

$$\frac{dH}{ds} = i - J$$

Il parametro H rappresenta l'energia specifica totale di cui la corrente è dotata rispetto al punto più depresso della sezione considerata e prende il nome di carico totale. L'espressione di H può essere riferita anche ad altre tre grandezze che sono h,  $\sigma$  e Q, ovvero rispettivamente tirante idrico, sezione e portata, dove per portata intendiamo il volume di acqua che nell'unità di tempo fluisce attraverso una determinata sezione. Se l'alveo è cilindrico e Q è costante, H è funzione solo di h, per cui, per la regola di derivazione a catena, si può ottenere l'equazione differenziale dell'incognita h rispetto alla variabile indipendente s:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{\frac{dH}{ds}}{\frac{dH}{dh}} = \frac{i - J}{\frac{dH}{dh}}$$

che ci permette di classificare le correnti in: *correnti ritardate*, *correnti uniformi*, *correnti accelerate*. Attraverso questa equazione possiamo individuare i valori delle altezze idriche e identificare la condizione di stato critico  $h_c$ . In base a questo valore e alla velocità di stato critico  $V_c$  e, ancora, alla profondità media  $h_m$ , le correnti possono essere classificate ancora in: *correnti lente*, *correnti in stato critico*, *correnti veloci*. Facendo riferimento alla condizione di stato critico possiamo introdurre il numero di Froude che rappresenta il rapporto tra la velocità media della corrente e la velocità di stato critico che corrisponde all'altezza di stato critico:

$$\frac{Q^2 B}{g \sigma^2} = \frac{v^2}{g h_m} = Fr^2$$

Se  $Fr^2 = 1$  vuol dire che ci troviamo nella situazione di stato critico.

Per tracciare il profilo di una corrente in moto gradualmente vario in un alveo cilindrico indefinito dovremmo ricorrere all'integrazione della equazione ma questo normalmente è impossibile, per cui si usa il metodo delle differenze finite attraverso il quale possiamo facilmente individuare i livelli idrici appoggiandoci per il termine  $J$  all'equazione del moto uniforme:

$$J = \frac{Q^2}{K^2 \sigma^2 R}$$

Per studiare, invece, il moto vario nelle correnti a pelo libero si fa riferimento a due equazioni fondamentali che lo governano, ovvero l'equazione del moto e l'equazione di continuità applicata alle correnti:

$$\frac{\partial h}{\partial s} + \frac{1}{2g} \frac{\partial V^2}{\partial s} + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} = i - J$$

$$V \frac{\partial \sigma}{\partial s} + \sigma \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0$$

Insieme, le relazioni, prendono il nome di equazioni di De Saint Venant. Nella prima relazione il termine  $J$  rappresenta la forza resistente per unità di peso. La seconda relazione, invece, si ricava esprimendo il concetto che la differenza tra il volume d'acqua entrato nel tempo  $dt$  nel tronco di lunghezza  $ds$  e il volume uscito si ritrova accumulata nel tronco stesso. Essendo comunque equazioni differenziali per risolverle bisogna imporre le condizioni al contorno. Lo studio di queste ultime può essere effettuato con la teoria delle linee caratteristiche. Con questa applicazione le condizioni al contorno saranno da darsi a monte o a valle a seconda della natura della corrente. Una volta note le condizioni al contorno, le equazioni differenziali possono essere integrate per via numerica, ad esempio attraverso il metodo per differenze finite, non essendo possibile trovare una soluzione analitica diretta senza introdurre ipotesi semplificative lontane dalla realtà. Un metodo che ci permette di affrontare la soluzione numerica delle equazioni differenziali del De Saint Venant è il metodo di Mac Cormack. Questo metodo è caratterizzato da due fasi di calcolo: la fase di predizione e quella di correzione. Applicando il metodo a entrambe le equazioni del De Saint Venant otteniamo delle equazioni che risolte in sequenza per tutti i punti della griglia di calcolo, ci danno come valore al tempo  $t+dt$  della incognita  $h$  il valore dato da:

$$h_{B'} = \frac{1}{2}(h_{B'}^* + h_{B'}^{**})$$

Questa relazione rappresenta la media tra le due stime, che è più precisa della singola misura, ed è la combinazione tra predizione e correzione. Analogamente si può determinare il valore della incognita  $V$  al tempo  $t+dt$  con la corrispondente media dei valori ottenuti dalla fase di predizione e di correzione.

Il metodo di Mc Cormack è condizionatamente stabile, ovvero è stabile solo se è verificata una certa condizione:  $c \Delta t < \Delta s$ , dove  $\Delta t$  e  $\Delta s$  sono i passi della griglia scelti arbitrariamente e  $c = \max |v +$

$\sqrt{gh'}$  ,  $|v - \sqrt{gh'}|$  . La relazione  $c \Delta t/\Delta s$  rappresenta il numero di Courant e deve essere, quindi, necessariamente minore di uno per assicurare la stabilità del metodo numerico. Questo metodo verrà utilizzato per la valutazione dei tiranti idrici dell'esempio pratico che verrà analizzato.

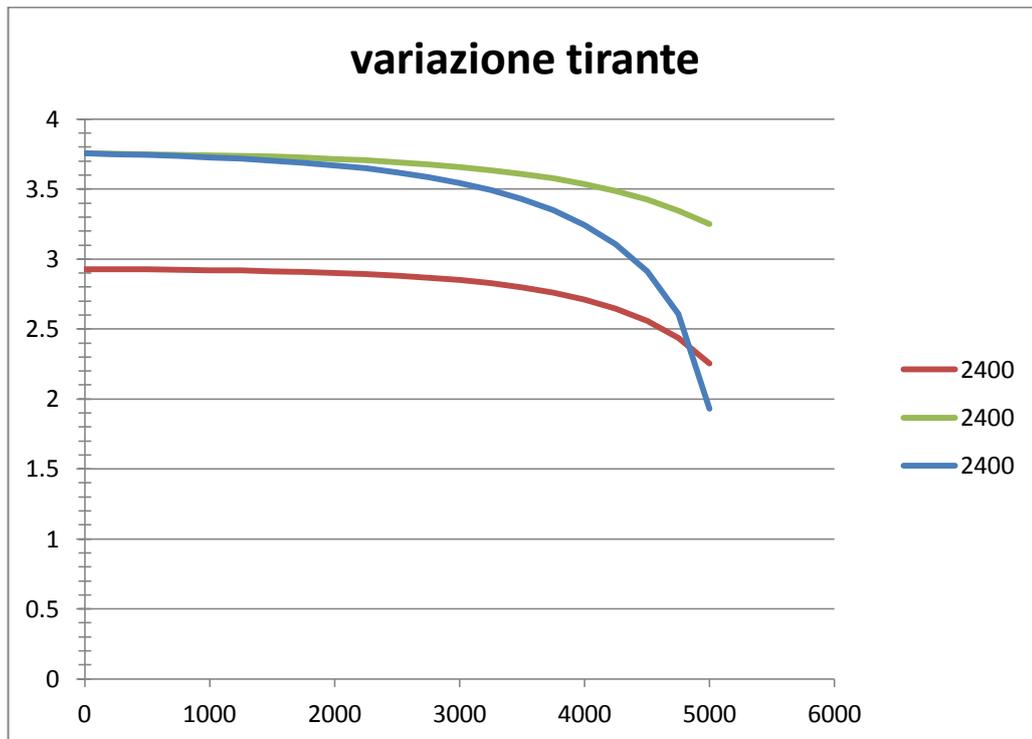
### **3.Esempio pratico**

L'esempio pratico preso in considerazione è la bonifica di una palude che prevede il raccoglimento delle acque che dovranno essere sversate in un corpo ricettore. Per raccogliere le acque viene utilizzato un serbatoio di estensione indefinita che convoglierà, poi, le acque stesse in un canale a pelo libero. Il corpo recettore si troverà ad una quota maggiore del canale stesso, per questo motivo bisogna prevedere un impianto di sollevamento. L'accensione e lo spegnimento ciclico delle pompe costituenti l'impianto provocherà una variazione delle portate al termine del canale, e quindi, all'interno del canale, il fenomeno di moto vario.

La valutazione dei tiranti idrici  $h$  viene effettuata cambiando di volta in volta i vari parametri fondamentali dell'esempio, per cui sono state svolte quattro prove. La prima è la prova base con portata iniziale e portata massima assegnate. La seconda e la terza con portate diverse rispetto alla prima e, infine, la quarta prova fa riferimento alle stesse portate della prima ma con tempi della manovra diversi.

Per lo svolgimento delle prove viene utilizzato un programma di calcolo numerico che, alla fine, ci ha permesso di valutare l'andamento dei vari profili idrici ottenuti per ogni fase della manovra. Innanzitutto, possiamo dire che se la portata si riduce rispetto a quella assegnata il programma non svolge il suo compito in quanto il numero di Courant, che per la stabilità del calcolo numerico deve essere minore di uno, risulta maggiore di uno. Nella prova di base la variazione relativa di portata risulta del 10%, lo stesso nella seconda prova, mentre per la terza prova la variazione relativa di portata risulta essere del 25%.

Con questi dati abbiamo potuto valutare la differenza significativa tra le varie prove. Il diagramma che segue mette in relazione le tre curve riferite rispettivamente a ogni prova ed evidenzia la differenza di abbassamento del tirante idrico in particolar modo nella fase della manovra relativa a 2400 secondi essendo quella più spiccata rispetto alle altre:



La curva rossa è quella relativa alla prova base, la verde è quella che si riferisce alla seconda prova e la blu rappresenta la terza prova. Da qui possiamo, tra l'altro, concludere che maggiore è la variazione di portata, maggiore sarà l'abbassamento di tirante idrico.