Università degli Studi di Napoli Federico II

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Ambientale



Tesi di Laurea Magistrale in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio

MODELLO PER IL COMPORTAMENTO IDRAULICO DI ROCCE STRATIFICATE POROSE FRATTURATE

Relatore Ch.mo Prof. Ing. Armando Carravetta **Candidato** Vincenzo Guerriero Matr. 49/648

Correlatore Ch.mo Prof. Stefano Vitale

Anno Accademico 2018-2019

Abstract

Reservoir simulation is one of the main tools of oil reservoir management, special/toxic/nuclear waste management, as well as all environmental studies involving ground fluids.

The statistical results achieved by a research project involving also the present work (Guerriero et al., 2010, 2011, 2013, 2015), integrated with results by previous studies (e.g. Odling et al., 1999; Massonnat et al., 2002; Al-Ahmadi and Wattenbarger, 2011), allow the distinction, within layered rocks, of four hierarchical permeable overlying systems, each one characterized by a specific statistical behavior. They are:

- (i) fault zones and associated fracture sets (large scale high permeability)
- (ii) stratabound joint sets (meter to decimetre scale medium permeability)
- (iii) non-stratabound joint sets (up to crystal scale low permeability)
- (iv) non-fractured host rock (crystal scale very low permeability)

I have pointed out as analyzing such a hierarchical system requires the use of multiple-porosity models based on appropriate structural geological characterization, by showing some of related errors to use of conventional reservoir simulation algorithms.

As no published works include an effective integration of detailed structural and numerical models, this thesis covers a significant gap in the literature, affording the modeling problem according to an interdisciplinary approach. Therefore, based on field data analysis and on numerical simulations, the present study defines appropriate criteria of geometrical characterization of fracturerelated permeable structures and points out, by means of simplified numerical models, some peculiarities of fluid flow within porous fractured media, as well as some of associated miscalculations to use of inadequate numerical models, so providing conceptual grounds for future studies aimed at building up more effective reservoir simulation models.

Riassunto

La modellizzazione del moto di fluidi in rocce porose fratturate (reservoir simulation) trova ampia applicazione nel settore petrolifero, così come nel management di rifiuti speciali/tossici/nucleari nonché in tutti i problemi ambientali riguardanti la circolazione di fluidi sotterranei.

Da un'ampia analisi strutturale (Guerriero et al., 2010, 2011, 2013, 2015), nonché da precedenti studi di altri autori (e.g. Odling et al., 1999; Massonnat et al., 2002; Al-Ahmadi and Wattenbarger, 2011), emerge un modello per le strutture permeabili nelle rocce, applicabile a formazioni geologiche molto diffuse, quali ad esempio reservoir carbonatici, che distingue quattro sistemi permeabili gerarchici sovrapposti, caratterizzati da uno specifico comportamento statistico dei principali parametri che li caratterizzano e da differenti scale di osservazione e permeabilità:

- (i) Faglie e strutture associate (grande scala alta permeabilità)
- (ii) Set di joint stratabound (scala del metro/dm media permeabilità)
- (iii) Set di joint non-stratabound (ampio range di scala bassa permeabilità)
- (iv) Host rock non fratturata (scala dei cristalli bassissima permeabilità)

L'analisi/simulazione di un tale sistema idraulico richiede l'uso di modelli multiple-porosity, basati su appropriati modelli geologico strutturali, evidenziando alcuni degli errori associati all'uso dei convenzionali modelli di reservoir simulation.

Poiché pochi lavori pubblicati presentano un'efficace integrazione di dettagliati modelli geologico strutturali e modelli numerici, il presente lavoro va a coprire un significativo gap in letteratura, affrontando il problema della modellizzazione secondo un approccio interdisciplinare. Infatti, sulla base dell'analisi di dati di campagna e di simulazioni numeriche, esso definisce appropriati criteri per la caratterizzazione geometrica delle strutture permeabili nelle rocce ed evidenzia, tramite l'uso di modelli numerici semplificati, alcune delle peculiarità del moto di fluidi in un mezzo poroso fratturato, così come alcuni degli errori che possono derivare dall'uso di convenzionali modelli di calcolo non appropriati, fornendo così un'importante base concettuale e teorica per futuri studi, mirati allo sviluppo di modelli di reservoir simulation più evoluti ed efficienti.

Indice

1 – Introduzione e obiettivi

- 2 Modelli esistenti per la caratterizzazione geometrica dei network di fratture e del flusso attraverso mezzi porosi fratturati
- 2.1. Faglie e damage zone

2.2. Le fratture di bakground

- 2.2.1. Sistemi di joint stratabound
- 2.2.2. Sistemi di joint non-stratabound
- 2.3. Modelli di fluid flow in sistemi permeabili omogenei o fratturati
 - 2.3.1. Equazioni di flusso classiche dalla teoria dei sistemi continui: modello single-porosity
 - 2.3.2. Modelli dual-porosity
 - 2.3.3. Modelli multiple-porosity
- 2.4. Perché sono necessari nuovi modelli di reservoir simulation per le rocce fratturate?

3 – Materiali e metodi

- 3.1. Monti Faito e Chianello (Appennino Meridionale) come case study di analoghi dei reservoir petroliferi della Basilicata
- 3.2. Dati di fratturazione rilevati

3.3. Analisi statistica delle fratture

- 3.3.1. Maggiori problemi nelle statistiche di dati di apertura e spaziatura tra fratture
 - 3.3.1.1. Applicazione del metodo dei minimi quadrati
 - 3.3.1.2. Errori nella misura delle aperture di joint
- 3.3.2. Riduzione degli errori tramite criterio dei minimi quadrati modificato e metodo di massima verosimiglianza

3.4. Simulazioni numeriche: metodo di discretizzazione adottato per le equazioni di diffusione

- 3.4.1. Metodo di Crank-Nicholson
- 3.4.2. L'algoritmo e le routine di calcolo utilizzati
- 3.4.3. Scelta del passo di calcolo

4 – Risultati e discussione

- 4.1. Analisi statistica della fratturazione e modello strutturale per joint stratabound
 - 4.1.1. Spaziatura di joint stratabound
- 4.1.2. Apertura di joint stratabound
- 4.2. Simulazioni numeriche: confronto del comportamento idraulico di volumi elementari di roccia contenenti fratture con differenti valori di apertura e spaziatura
- 4.3. Simulazione del comportamento idraulico di un elemento di volume di roccia contenente due set di fratture caratterizzati da differenti valori di apertura, permeabilità e spaziatura
 - 4.3.1. Caso non stazionario con riduzione repentina della pressione di poro
 - 4.3.1. Caso non stazionario con aumento della pressione di poro
- 4.4. Simulazione del comportamento idraulico di un volume esteso di roccia contenente due set di fratture caratterizzati da differenti valori di apertura, permeabilità e spaziatura
- 4.5. Considerazioni sui moti filtranti attraverso set di fratture mostranti differenti caratteristiche
- 4.6. Modello gerarchico per le strutture permeabili in rocce stratificate e scelta del modello multiple porosity adeguato
- 5 Considerazioni conclusive e prospettive di ricerca futura

Riferimenti Citati

1 – Introduzione e obiettivi

La previsione del comportamento idraulico di rocce fratturate (simulazione di reservoir) è un problema complesso e tuttora aperto in quanto coinvolge sistemi permeabili fortemente eterogenei (matrice porosa, fratture di vari formati e permeabilità) a scale di osservazione molto differenti, che vanno da quella dei micro-pori (scala sub-millimetrica/micro-metrica) a quella dell'intera area investigata. Ulteriore difficoltà è legata alla difficoltà di svolgere una accurata analisi strutturale negli acquiferi profondi a matrice rocciosa. Si considerano qui due problemi teorici a difficoltà crescente: (i) probelma forward, in cui si conoscono i parametri delle equazioni che reggono il fenomeno e si vuole procedere alla simulazione, (ii) problema inverso, il quale prevede a monte la soluzione di quello forward, in cui si vogliono determinare i suddetti parametri sulla base di dati, eterogenei e provenienti da varie fonti, riguardanti il sottosuolo (dati sismici, dati di portata da pozzo, studi di geologia strutturale e regionale etc.). In entrambi i casi è necessario tener presente che la forma stessa delle equazioni, e non solo i loro parametri, dipendono strettamente dalle proprietà del sistema naturale investigato (i.e. roccia fratturata) alle diverse scale di osservazione.

La simulazione di reservoir trova ampia applicazione nel settore petrolifero (e.g. Gharbi, 2004; Adamson et al., 1996), così come nel waste management di rifiuti speciali/tossici/nucleari nonché in tutti i problemi ambientali riguardanti la circolazione di fluidi sotterranei.

I principali limiti dei lavori proposti in letteratura sono da ricondursi, in diversi casi, ad una troppo semplicistica modellizzazione del fracture network, che prevede un comportamento statistico comune a tutte le fratture presenti (e.g. Belfield, 1994; Delay e Lamotte, 2000; Sahimi, 2000; Tran e Rahman, 2006; Tran et al., 2006; Etminan e Seifi, 2008; Mata-Lima, 2008), in altri casi, all'uso di modelli matematici single- o dual-porosity (Warren e Root, 1963) che appaiono inadeguati alla modellizzazione dei complessi fracture network naturali.

Nella fattispecie, molti dei criteri recentemente adottati per la caratterizzazione di joint network in reservoir fratturati (Belfield, 1994; Delay and Lamotte, 2000; Sahimi, 2000; Tran e Rahman, 2006; Tran et al., 2006; Etminan e Seifi, 2008; Mata-Lima, 2008) considerano gli attributi delle fratture (e.g. apertura, spaziatura etc.) come variabili aleatorie distribuite nel volume investigato secondo determinati modelli probabilistici individuati sperimentalmente. Un approccio comune in tali studi consiste nel produrre determinazioni di variabili aleatorie che influenzano il comportamento di resevoir (e.g densità di fratture, porosità, permeabilità etc.) la cui distribuzione statistica è congruente con osservazioni sperimentali; inoltre, quando tali determinazioni sono usate come dati di input per simulatori di reservoir, si impone che le simulazioni forniscano un output congruente con dati di produzione reali (prove di pomaggio, well build-up test etc.). Nei lavori di Etminan and Seifi (2008), nonché di Mata-Lima (2008), i parametri di simulazione come porosità e permeabilità sono determinati tramite un processo di direct sequential simulation (Soares, 2001), mantenendo costante il loro variogramma (e.g. Diggle e Ribeiro, 2007). Il campo di permeabilità così definito funge come input per simulazioni di reservoir, le quali sono poi confrontate con dati di produzione da pozzo reali (history matching); tale procedura è iterata fino a che la differenza tra simulazione e dati reali (determinata tramite un'opportuna funzione obiettivo) non raggiunge un minimo desiderato. Delay e Lamotte (2000), oltre al variogramma, aggiungono l'entropia come descrittore della variabilità spaziale dei parametri che caratterizzano il fracture network. Altri autori assumono che il joint network presenti geometria frattale o multi-frattale (e.g. Belfield, 1994; Sahimi, 2000; Tran e Rahman, 2006; Tran et al., 2006; Camacho-Velazquez et al., 2008), tuttavia come illustrato sotto, non tutti i fracture set osservati in rocce carbonatiche mostrano geometria frattale.

Sebbene tali studi forniscano strumenti teorici fondamentali per la caratterizzazione di fracture network, essi mostrano seri limiti legati all'assunzione di un comportamento statistico comune a tutte le fratture presenti nell'ammasso roccioso, laddove i diversi fracture set realmente presenti in rocce stratificate, presentano caratteristiche geometriche molto diverse tra loro.

Da un'analisi della letteratura disponibile emerge che, da un lato, troviamo ricerche con taglio prettamente ingegneristico o matematico che illustrano sofisticati modelli matematici e/o algoritmi che tuttavia non sono supportati da adeguati modelli delle strutture geologiche reali (e.g. Warren and Root,1963; Al-Ghamdi, 1996; Delay and Lamotte, 2000; Dreier et al., 2004; Tran and Rahman, 2006; Tran et al., 2006; Etminan and Seifi, 2008; Mata-Lima, 2008; Qiu and Li, 2018) e dall'altro abbiamo interessanti lavori con taglio geologico-strutturale, che propongono metodi avanzati per la caratterizzazione delle strutture permeabili reali che, tuttavia, non sono supportati da adeguati modelli di simulazione numerica del fluid flow (e.g. Makel, 2007; Agosta et al., 2010; Zambrano et al., 2016).

Allo scopo di coprire tale significativo divario in letteratura, si è pensato di condurre un lavoro di ricerca interdisciplinare che vede la partecipazione del Dipartimento di Scienze della Terra, dell'Ambiente e delle Risorse e del Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Ambientale dell'Università di Napoli Federico II, all'interno del quale si inserisce anche il presente lavoro di tesi.

Studi dettagliati basati su estesi data set prelevati presso diversi analoghi di reservoir (Odling et al., 1999), hanno messo in evidenza come in rocce stratificate possano sistematicamente essere individuati due tipi di fratture tensionali, i quali esibiscono geometria sostanzialmente differente (Fig. 1): (i) sistemi di joint stratabound, nei quali le fratture tagliano completamente lo strato meccanico, presentando entrambe le terminazioni in corrispondenza dei giunti di strato, (ii) sistemi non-stratabound, nei quali almeno una terminazione della frattura non incontra i giunti di strato; in tali sistemi troviamo fratture che coinvolgono più strati e, caso più frequente, fratture interne allo strato e micro-fratture.

Massonnat et al. (2002) mettono in evidenza il ruolo fondamentale della gerarchia dei diversi set di fratture presenti nelle rocce, ai fini della loro modellizzazione idraulica. Il recente lavoro di Al-Ahmadi e Wattenbarger (2011), fornisce una dettagliata descrizione di modelli multiple-porosity che potrebbero trovare applicazione nella descrizione del comportamento idraulico di fracture network analoghi a quelli sopra descritti.



Fig. 1. Sistemi di fratture stratabound e non-stratabound. Le prime consistono di fratture tensili con spaziatura regolare, le cui estremità terminano in corrispondenza dei giunti di strato. A scala inferiore e fino a quella sub-millimetrica/micro-metrica, le fratture non-stratabound si presentano con spaziatura irregolare e formano un reticolo permeabile, pervasivo e capillare all'interno della roccia.

Sulla base di tali informazioni, nonché dei risultati di nostri studi (Guerriero et al., 2010, 2011, 2013, 2015), possiamo ipotizzare che la simulazione del comportamento idraulico di rocce stratificate possa essere condotta tramite modelli multiple-porosity, basati su di un modello strutturale che prevede la sovrapposizione di sotto-sistemi permeabili gerarchici sovrapposti, quali (i) faglie e strutture altamente permeabili associate, (ii) set di joint stratabound, (iii) set di joint non stratabound, i quali includono fratture di vario formato, comprese le micro-fratture e (iv) la host rock non fratturata, caratterizzata da bassissimi valori di permeabilità.

Il presente lavoro di tesi è principalmente rivolto a definire appropriati criteri per la caratterizzazione geometrica di tali strutture permeabili nelle rocce e ad evidenziare, tramite l'uso di modelli numerici semplificati, alcune delle peculiarità del moto di fluidi in un mezzo poroso fratturato, così come alcuni degli errori che possono derivare dall'uso di convenzionali modelli di calcolo non appropriati, fornendo così un'importante base concettuale e teorica per futuri studi mirati allo sviluppo di modelli di fluid flow simulation più evoluti ed efficienti.

2 – Modelli esistenti per la caratterizzazione geometrica dei network di fratture e del flusso attraverso mezzi porosi fratturati

2.1. Faglie e damage zone

Le faglie possono rappresentare, per la circolazione su grande scala all'interno della roccia, direzioni di moto preferenziale o un ostacolo al flusso a seconda della loro giacitura rispetto al gradiente di quota piezometrica. Il comportamento prevalente come condotto o barriera dipende giacitura rispetto a detto gradiente, nonché dallo spessore e continuità laterale di due loro principali componenti: la zona di faglia (damage zone), altamente permeabile, ed il fault core, caratterizzato da bassa permeabilità (Caine et al., 1996). Comunemente gli attributi dei set di faglie (e.g. estensione, dislocazione, apertura, spaziatura etc.) mostrano autosimilitudine a diverse scale di osservazione (e.g. Mandelbrot, 1983; Gudmundsson, 1987; Heffer e Bevan, 1990; Barton e Zoback, 1992; Gillespie et al., 2001; Barton, 1995; Cello et al., 1998; Odling et al., 1999; Cello et al., 2000, 2001; e molti altri). Le fratture associate a faglie e damage zone presentano un marcato clustering spaziale, caratterizzato da valori del coefficiente di variazione della spaziatura tra fratture, decisamente superiori all'unità (nell'area studiata presso il Monte Faito il coefficiente di variazione è risultato, Cv = 2.28; Guerriero et al., 2013). Conseguentemente, in affioramento si osservano regioni di diversi metri o decine di metri in cui le fratture da taglio sono assenti. Poiché, nelle zone studiate, il fault core si presenta discontinuo e solitamente con spessore limitato,

laddove le zone di faglia appaiono ben sviluppate, tali sistemi di faglie formano, a grande scala, un reticolo idraulico altamente permeabile.

2.2. Le fratture di background

Le fratture da trazione appaiono ubiquitarie nelle rocce stratificate e, usualmente, si presentano incluse in set ortogonali alla stratificazione. Inoltre, nei casi più frequenti, tali fratture si presentano raggruppate in coppie di set ortogonali tra loro. All'interno di ogni strato meccanico, la loro distribuzione in termini di intensità di fratturazione appare omogenea in tutto l'affioramento.

In tali set di joint possono sistematicamente essere individuati due tipi di fratture tensionali, le quali esibiscono geometria sostanzialmente differente (Odling et al., 1999): sistemi di joint stratabound, nei quali le fratture tagliano completamente lo strato meccanico, sistemi di joint non-stratabound.

2.2.1. Sistemi di joint stratabound

Alla scala del metro questi joint, insieme ai giunti di strato, formano un reticolo idraulico ben connesso (Fig. 1), il quale convoglia i fluidi verso i sistemi di faglie e suddivide la roccia in blocchi elementari, con forma approssimativa di parallelepipedo e dimensioni del metro/decimetro. Questo sistema è caratterizzato da permeabilità notevolmente inferiori rispetto ai sistemi di faglie, mostrando valori di densità di fratture sensibilmente inferiori.

A differenza dei set di fratture da taglio e delle faglie, questo sistema non mostra autosimilitudine, ossia è strettamente dipendente dalla scala di osservazione (size restricted; Odling et al., 1999), e la sua geometria dipende principalmente dalla distribuzione spaziale degli spessori meccanici e delle litologie. Infatti, usualmente, la spaziatura di tali fratture si presenta piuttosto regolare e approssimativamente proporzionale allo spessore dello strato meccanico che le include. Anche i valori di apertura delle fratture appaiono moderatamente variabili, sebbene non vi siano ancora studi dettagliati riguardo tale attributo. Uno dei risultati del presente lavoro di ricerca consiste nello studio dettagliato di tale parametro e della sua dipendenza da altre caratteristiche della roccia, quali spessore dello strato meccanico, mineralogia e tessitura della host rock.

2.2.2. Sistemi di joint non-stratabound

Alla scala del singolo blocco di roccia, e fino alla scala dei cristalli (fratture ben visibili ed in congruo numero anche in sezione sottile), tali joint formano un reticolo pervasivo e capillare che conduce i fluidi contenuti nel volume della roccia – all'interno dei pori e nelle fratture stesse – verso i sistemi di fratture più permeabili (i.e stratabound set).

Tali fratture mostrano spaziatura irregolare e valori di apertura variabili su diverse scale di osservazione (Ortega et al., 2006). Nella fattispecie, una dettagliata analisi statistica condotta nell'area studiata (Guerriero et al. 2009, 2010, 2011), ha evidenziato come tali joint esibiscano una distribuzione spaziale random uniforme con valori di spaziatura mostranti distribuzione statistica di tipo esponenziale. I valori di apertura variano entro un ampio range e mostrano una distribuzione statistica secondo legge di potenza, su diverse scale di osservazione (Ortega et al., 2006; Guerriero et al., 2009, 2010, 2011, 2013).

Poiché la distribuzione cumulativa delle aperture è descritta da una legge di potenza, su diverse scale di osservazione, e la distribuzione spaziale delle fratture è random uniforme, ne consegue che tali sistemi presentano autosimilitudine (Ortega et al., 2006; Guerriero et al., 2009, 2010, 2011). Secondo Odling et al. (1999), all'interno di ogni blocco la permeabilità dipende dalla connettività delle

fratture non-stratabound. Tale aspetto è stato ampiamente studiato nell'ambito della teoria della percolazione (Odling et al., 1999; e riferimenti in esso contenuti). In sintesi, secondo tale autore, la permeabilità è principalmente controllata da: (i) distribuzione statistica delle lunghezze delle fratture, (ii) orientazione reciproca dei set di fratture. Tuttavia, tenendo conto che le aperture dei joint sono distribuite secondo una legge di potenza, considerando le piccole fratture la densità assume sempre valori elevati e la connettività è sempre garantita. Pertanto riteniamo che la permeabilità della roccia fratturata sia controllata dalla distribuzione statistica delle aperture dei joint, piuttosto che da quella delle loro lunghezze.

Circa il comportamento idraulico di tale sistema di fratture, un altro aspetto andrebbe evidenziato: in rocce carbonatiche caratterizzate da bassi valori della porosità primaria (spesso dell'ordine di qualche punto percentuale), la porosità per fratturazione, associata ai joint non-stratabound, potrebbe fornire una quota rilevante del volume dei vuoti. In tali condizioni, l'olio stoccato all'interno di tali fratture è erogato in tempi notevolmente inferiori rispetto a quello contenuto nei pori, poiché esso non deve attraversare la matrice porosa, caratterizzata da permeabilità particolarmente ridotte. Questa è una delle ragioni per cui tali set di fratture meritano uno studio approfondito, finalizzato ad adeguate caratterizzazione geometrica e modellizzazione.

2.3. Modelli di fluid flow in sistemi permeabili omogenei o fratturati

2.3.1. Equazioni di flusso classiche dalla teoria dei sistemi continui: modello single-porosity

Le equazioni della teoria classica dei moti filtranti in mezzi permeabili si impostano imponendo la continuità della massa, ossia che il flusso entrante o uscente da un volume elementare sia uguale alla variazione di massa del liquido all'interno dello stesso e su alcune assunzioni che riguardano le resistenze nel moto filtrante dei fluidi ed il comportamento elastico di fluido e mezzo permeabile.

Con riferimento al moto filtrante si assume che esso segua la legge di Darcy, nella sua forma generalizzata:

$$\mathbf{v} = -\mathbf{K} \, \boldsymbol{\nabla} \mathbf{h}; \tag{1}$$

dove, v denota il vettore velocità del fluido, *h* la quota piezometrica, ∇ è il ben noto operatore vettoriale differenziale e *K* denota il coefficiente di filtrazione. Si noti che, nel caso generale e molto comune in natura di mezzo anisotropo, K è un tensore del secondo ordine le cui componenti dipendono dai coefficienti di filtrazione del mezzo relativi a differenti direzioni. L'assunzione di moto Darciano non è obbligatoria e può essere all'occorrenza sostituita da una diversa formulazione, e.g. una legge non lineare; tuttavia lo studio di moti filtranti in regime non Darciano esula dagli scopi del presente lavoro. Una verifica a posteriori della ipotesi di comportamento Darciano può essere fatta calcolando il numero di Reynolds interporo per i canali di dimensioni maggiori e verificando se risulta minore dei limiti riportati in letteratura oltre i quali si osservano scostamenti dalla equazione (1).

Riguardo il comportamento elastico del fluido e del mezzo permeabile (roccia fratturata), l'assunzione più comune è quella di comportamento elastico lineare da parte di entrambi, tuttavia, con particolare riferimento al comportamento della roccia fratturata, anche tale assunzione può all'occorrenza essere sostituita da una più appropriata. A tal proposito, si mette qui in evidenza che si deve considerare la compressibilità dell'aggregato roccioso comprensivo di fratture e pori, la quale differisce sensibilmente dal comportamento del materiale (i.e. cristalli) componente la roccia stessa.

Quindi, assumendo che la variazione di densità del fluido sia trascurabile, l'equazione di continuità si scrive imponendo che il flusso uscente (o entrante) da un volume elementare è pari alla quantità di fluido espulsa (accumulata) conseguente all'espansione (contrazione) del fluido ed alla riduzione (aumento) del volume di pori e fratture del mezzo, le quali, sotto le citate ipotesi di comportamento elastico lineare, sono proporzionali alla variazione temporale della pressione di poro e, pertanto, alla variazione di quota piezometrica. Denotando con Φ il flusso fluido entrante per unità di volume, per il teorema della divergenza esso assume la forma:

$$\Phi = \nabla \cdot \mathbf{K} \, \nabla \mathbf{h}. \tag{2}$$

Si noti che, nell'ambito di reservoir simulation, K è un tensore le cui componenti sono in generale variabili nello spazio (mezzo eterogeneo anisotropo) e, pertanto, in tale espressione anche esse sono soggette a derivazione.

L'equazione di continuità, pertanto, assume la forma seguente:

$$\Phi = C \partial h / \partial t; \tag{3}$$

dove C denota una costante che dipende dai moduli elastici del fluido e della roccia fratturata, dal peso specifico del fluido. In molti problemi pratici, soprattutto in ambito petrolifero, si deve tener conto del fatto che all'interno della roccia fratturata si muovono liquidi con differenti viscosità e peso specifico (petrolio, gas, acqua etc.).

Il modello qui descritto è denominato single-porosity, in contrapposizione al più recente dual-porosity sotto descritto, in quanto esso assimila il mezzo poroso fratturato a un mezzo permeabile localmente omogeneo (i.e. in cui ogni elemento di volume è omogeneo). Nonostante l'introduzione del più realistico modello dual-porosity, avvenuta ormai da diversi decenni, il modello single-porosity è attualmente ancora molto utilizzato.

2.3.2. Modelli dual-porosity

Il modello dual-porosity è stato inizialmente formulato dal noto matematico G. I. Barenblatt e successivamente sviluppato per applicazioni in ambito petrolifero da Warren e Root (1963). Esso tiene conto del fatto che all'interno della roccia il moto dei fluidi assume caratteri diversi all'interno della matrice porosa (con bassa permeabilità) e delle fratture (alta permeabilità).

Tale modello considera la roccia porosa fratturata come costituita da due sottosistemi sovrapposti: (i) la matrice porosa, caratterizzata da alta porosità e bassa permeabilità, e (ii) il fracture network, caratterizzato da bassa porosità ed alta permeabilità (Fig. 2). In tali sotto-sistemi permeabili sono definiti due campi di pressione di poro sovrapposti e le relative quote piezometriche, h_m e h_f rispettivamente. Seguendo la medesima linea di ragionamento della sezione precedente, per ognuno dei sistemi considerati si possono scrivere le equazioni di continuità, tenendo conto della loro interazione reciproca. Nella fattispecie, in tale modello, a causa della bassa permeabilità della matrice non fratturata, si assume che lo scambio di fluidi tra volumi elementari di roccia adiacenti avvenga solo tramite il sistema di fratture (Warren e Root, 1963). Pertanto, in ogni volume elementare di roccia, il flusso uscente dalla matrice porosa, che qui indichiamo con Φ_{mf} , si riversa totalmente nel sistema di fratture; pertanto la prima equazione di bilancio si scrive come segue:

$$\Phi_{\rm mf} = C_{\rm m} \,\partial h_{\rm m} / \partial t; \tag{4}$$

dove C_m ha dipende dai moduli elastici del fluido e della matrice non fratturata.



Fig. 2. Modello dual-porosity. In esso sono definiti due campi di pressione di poro sovrapposti: *P1* denota la pressione di poro nella matrice non fratturata e *P2* quella all'interno delle fratture. After Warren e Root, 1963.

Il flusso uscente dal generico volume elementare (esclusivamente attraverso il sistema di fratture), pertanto, è dato dal fluido rilasciato (o incamerato) dalle fratture a causa di una riduzione (aumento) di pressione di poro, a cui si aggiunge il flusso proveniente dalla matrice porosa:

$$\Phi_{\rm f} = C_{\rm f} \,\partial h_{\rm f} / \partial t + \Phi_{\rm mf}, \tag{5}$$

dove C_f ha il medesimo significato del corrispondente parametro nell'Eq. 4, ma riferito alla roccia fratturata. Si noti, inoltre, che in questo caso per Φ_f vale l'Eq. (2), ossia $\Phi_f = \nabla \cdot K \nabla h_f$; pertanto l'Eq. (5) diventa:

$$\nabla \cdot \mathbf{K} \, \nabla \mathbf{h}_{\rm f} = \mathbf{C}_{\rm f} \, \partial \mathbf{h}_{\rm f} / \partial \mathbf{t} + \Phi_{\rm mf}, \qquad (5 \text{bis})$$

Le equazioni (4) e (5) vengono accoppiate assumendo che lo scambio di fluido tra matrice e fracture network (i.e. Φ_{mf}) sia proporzionale alla differenza di quota piezometrica media tra i due sotto-sistemi, come illustrato in Fig. 2 (Warren e Root, 1963):

$$\Phi_{\rm mf} = \lambda (h_{\rm f} - h_{\rm m}); \qquad (6)$$

dove λ denota un coefficiente, da determinare sperimentalmente oppure da stimare per via teorica, dipendente dalle caratteristiche del fluido, dalla permeabilità di matrice e dalla geometria del fracture network (Warren e Root, 1963)

Come nel caso del modello single-porosity, anche per il modello dual-porosity si deve tener conto del fatto che nel mezzo considerato possono circolare fluidi differenti. Pertanto, i parametri delle Eq. (4), (5) e (6) dipendono dalle caratteristiche del fluido considerato. Spesso in letteratura ci si riferisce a tale approccio con il termine dual-permeability model.

2.3.3. Modelli multiple-porosity

Il concetto di sistema formato da sotto-elementi permeabili sovrapposti può essere esteso al caso in cui si considerino più di due strutture permeabili all'interno della roccia fratturata, quali matrice non fratturata e diversi fracture network caratterizzati da differenti caratteristiche geometriche e di permeabilità. In questo caso è possibile definire più quote piezometriche h_i all'interno del generico volume elementare, associate ai differenti sotto-sistemi considerati. Al-Ahmadi e Wattenbarger (2011) illustrano diverse formulazioni di modelli triple porosity, basati su differenti ipotesi di lavoro. Nel presente lavoro siamo interessati ad un modello multiple-porosity gerarchico, ossia in cui ogni sottosistema scambia fluidi esclusivamente con quello che lo precede o lo segue in un prefissato ordine gerarchico; pertanto di seguito sono derivate le equazioni solo per tale tipo di modello. La gerarchicità dei sistemi che consideriamo in questo lavoro dipende dall'ipotesi che in ogni volume elementare coesistano sott-sistemi permeabili con permeabilità molto differenti tra loro; l'ordine gerarchico è stabilito considerando tali sotto-sistemi in ordine di permeabilità crescente o decrescente.

Se h_1 denota la quota piezometrica definita nella matrice, h_2 , h_3 , ... h_j indicano le altezze relative ad N - 1 diversi sotto-sistemi considerati (e.g. vari fracture network con differenti caratteristiche), utilizzando le medesime notazioni del paragrafo precedente, abbiamo:

$$\begin{split} \Phi_{12} &= C_1 \ \partial h_1 / \partial t; \\ \Phi_{23} &= C_2 \ \partial h_2 / \partial t + \Phi_{12} , \\ & \dots \\ \Phi_{j,j+1} &= C_j \ \partial h_j / \partial t + \Phi_{j-1,j} , \\ & \dots \\ \Phi_N &= C_N \ \partial h_N / \partial t + \Phi_{N-1,N} . \end{split}$$
(7)

Inoltre, seguendo il medesimo ragionamento illustrato sopra per il modello dual-porosity ed utilizzando analoga notazione, otteniamo le seguenti relazioni:

$$\begin{split} \Phi_{j,j+1} &= \lambda_{j,j+1} \left(\begin{array}{c} h_{j} - h_{j+1} \right); \quad N > j \ge 1; \\ \Phi_{N} &= \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{K} \ \boldsymbol{\nabla} h_{N} \ . \end{split} \tag{8}$$

Le equazioni sopra descritte governano il comportamento di un sistema multiple-porosiy gerarchico. Tal equazioni possono essere opportunamente modificate allo scopo di descrivere sistemi non gerarchici (in cui alcuni sotto-sistemi agiscono parallelamente) così come illustrato da Al-Ahmadi e Wattenbarger (2011), oppure quando si considerino più fluidi differenti all'interno del mezzo fratturato.

Attualmente i modelli multiple porosity sono poco utilizzati e non sono disponibili nella maggior parte dei software di simulazione in commercio.

2.4. Perché sono necessari nuovi modelli di reservoir simulation per le rocce fratturate?

Gli algoritmi di simulazione attualmente più utilizzati dai software di simulazione disponibili in commercio, sono basati su modelli single-porosity e dual-porosity. I modelli single-porosity si fondano sulle equazioni paraboliche classiche di diffusione e sostituiscono ad ogni volume elementare di mezzo poroso fratturato, uno costituito da un mezzo omogeneo che mostra i medesimi valori di porosità, compressibilità e permeabilità; pertanto tale modello, sostanzialmente, effettua una 'traduzione' dei parametri che influenzano il comportamento idraulico delle rocce, quali densità di fratture, connettività, apertura etc., in un tensore di permeabilità ed un valore di porosità per ogni elemento di volume. Tuttavia, come di seguito illustrato, una tale sostituzione comporta errori notevoli e non stimabili a priori, in quanto volumi elementari di

roccia porosa fratturata che mostrano identico comportamento in condizioni stazionarie (i.e. caratterizzate dai medesimi valori di permeabilità) possono esibire comportamento sostanzialmente diverso in condizioni dinamiche. Dall'altro lato, i modelli dual-porosity (Warren e Root, 1963) mostrano il limite di non poter operare su ampi range di scale di osservazione; tali modelli considerano un sistema di fratture sovrapposto ad un continuo poroso e permeabile tuttavia, nella pratica, il sistema di fratture comprende solo le discontinuità maggiori e la matrice è costituita dalla host rock e dalle fratture minori presenti alle diverse scale di osservazione; pertanto, il modello così formulato introduce un errore analogo a quello già descritto per il modello single-porosity, in quanto anche in questo caso si sostituisce un mezzo permeabile omogeneo ad uno poroso fratturato. Recentemente Al-Ahmadi e Wattenbarger (2011) hanno dettagliatamente illustrato le possibili applicazioni di modelli multiple-porosity alla simulazione di reservoir; tale lavoro fornisce un'interessante base fisico-matematica ai fini della formulazione di un modello, la quale potrebbe essere realizzata se si fornisse un adeguato modello geologico strutturale per le strutture permeabili.

Allo scopo di illustrare come volumi elementari di roccia porosa fratturata che mostrano identico comportamento in condizioni di flusso stazionario, in quanto caratterizzati da identici valori di permeabilità, possano esibire comportamento sostanzialmente diverso in condizioni dinamiche, abbiamo condotto simulazioni numeriche del comportamento di due corpi bi-dimensionali, costituiti dallo stesso mezzo poroso permeabile. I dettagli su tali simulazioni sono illustrati nelle sezioni seguenti; qui riportiamo solo alcune considerazioni preliminari sui moti filtranti attraverso siffatti sistemi permeabili che ci hanno indotto ad effettuare simulazioni numeriche, allo scopo di comprendere l'effetto della geometria delle fratture sulla loro risposta dinamica.

Si considerino due sistemi bidimensionali S_1 ed S_2 , aventi sezione quadrata unitaria, costituiti dal medesimo mezzo poroso permeabile, contenenti fratture parallele ed equispaziate, con spaziature pari ad s_1 ed s_2 , rispettivamente. Si consideri inoltre un flusso stazionario parallelo alle fratture (Fig. 3). Si indichi con *k* la permeabilità della matrice e con c_1 e c_2 i rapporti tra la portata attraverso la singola frattura qf, ed il gradiente idraulico *i*, nei due casi. Infine siano N_1 ed N_2 i numeri di fratture nei due corpi. La portata attraverso il sistema S_1 è data dalla somma di quella attraverso le fratture e quella attraverso la matrice porosa: $q = N_1$ $c_1 i + N_1 s_1 k i = N_1 i (c_1 + s_1 k)$; poiché è usuale trascurare la permeabilità della matrice rispetto a quella del mezzo fratturato – ossia imporre $c_1 >> s_1 k$ - allora risulta: $q = N_1 i c_1$. Analogamente per il sistema S_2 si ottiene: $q = N_2 i c_2$. Il valore di N_2 , che conferisca ad S_2 la medesima permeabilità di S_1 , può essere calcolato uguagliando le portate nei due mezzi: $N_1 c_1 i = N_2 c_2 i$. Da cui: $N_2 = N_1 c_1 / c_2$. Quindi, per tale valore di N_2 i corpi S_1 ed S_2 mostrano la stessa permeabilità in un moto filtrante stazionario. Tuttavia essi possono presentare un comportamento idraulico molto differente, quando si consideri un moto filtrante non stazionario. Infatti il tempo medio t_m impiegato dalle particelle fluide, all'interno della matrice, per raggiungere il fracture network dai pori, è proporzionale al percorso medio compiuto, che è uguale alla metà della spaziatura: $s_j / 2$.



Fig. 3. Modelli di mezzi porosi fratturati interessati da un moto filtrante parallelo alle fratture. Per $N_2 = N_1 c_1 / c_2$, i due corpi presentano uguale permeabilità ad un flusso stazionario; tuttavia essi mostrano differenti comportamento idraulico e tempi di risposta nel caso di flusso non stazionario, in quanto il tempo medio speso da una generica particella fluida, contenuta nella matrice porosa, per raggiungere il fracture network, è proporzionale alla lunghezza media del percorso esistente tra il generico poro e la frattura più vicina, ossia alla semi-spaziatura media tra fratture.

Poiché i moti filtranti all'interno delle rocce, conseguenti ad attività di estrazione di idrocarburi o a diverse tecniche di oil recovery – quali ad esempio iniezione di acqua o gas – sono non stazionari, allora rocce che presentano la medesima permeabilità in condizioni stazionarie, possono mostrare risposta idraulica e tempi di erogazione dei fluidi molto differenti. Ciò mette in evidenza come non sia sufficiente 'tradurre' parametri della fratturazione, quali ad esempio giacitura e densità di fratture, in termini di valori di permeabilità, per ottenere una simulazione di reservoir attendibile.

3 – Materiali e metodi

3.1 Monti Faito e Chianello (Appennino Meridionale) come case study di analoghi dei reservoir petroliferi della Basilicata

I principali giacimenti di idrocarburi nell'Appennino meridionale sono associati a trappole consistenti in ampie pieghe, correlate a faglie inverse, che coinvolgono una successione di piattaforma carbonatica spessa 6 - 8 km (Shiner et al., 2004). Tali rocce reservoir di piattaforma carbonatica, deformate da faglie inverse di tipo thick-skinned e strutture da tettonica d'inversione che coinvolgono il basamento sottostante (Mazzoli et al., 2001, 2008), rappresentano una porzione tettonicamente sepolta della Piattaforma Apula, che continua con quella esposta nel promontorio Apulo a NE (Fig. 4). Le falde affioranti formano un alloctono che è sovrascorso sul footwall formato dagli strati della Piattaforma Apula (Fig. 4). Le unità alloctone includono carbonati di piattaforma e successioni pelagiche di bacino, localmente ricoperte da sedimenti neogenici di avanfossa e di bacini di thrust-top. La struttura ai livelli superficiali è dominata da contatti tettonici a basso angolo che separano i carbonati della Piattaforma Appenninica, nell'hanging wall, dalle sottostanti successioni di bacino pelagico (Unità Lagonegro; Mazzoli et al. 2008). Le successioni carbonatiche della Piattaforma Appenninica comprendono unità stratigrafiche che sono molto simili alle unità produttive delle rocce reservoir della Piattaforma Apula sepolta, in termini di età,

litologia, facies, spessore complessivo, spessore dei singoli strati meccanici e tessitura della roccia. Per tali ragioni le successioni affioranti della Piattaforma Appenninica possono essere impiegate come analogo di reservoir per l'analisi della fratturazione. In questo modo si possono ottenere importanti informazioni, sebbene si debba tener conto opportunamente della diversa evoluzione tettonica e condizioni di seppellimento subite dalla Piattaforma Appenninica rispetto a quella Apula, per una cauta applicazione dei risultati nell'ambito del reservoir management.



Fig. 4. Schema tettonico del settore sud dell'Appennino Meridionale (da Ciarcia & Vitale, 2013, modificato).

Le successioni analizzate affiorano in corrispondenza dei Monti Faito e Chianello, nell'Appenino meridionale; esse consistono di carbonati di acque superficiali del Mesozoico-Terziario, Gli strati carbonatici del Monte Faito appartengono ad una successione Triassico-Cenozoica di acque superficiali della Piattaforma Appenninica (Fig. 4). Abbiamo analizzato una successione di circa 50 m di spessore di strati di calcari fini (limestone, crystal size dell'ordine dei μ m) e dolomie a grana da media (crystal size medio 30-50 μ m) a grossolana (crystal size medio nel range 100-200 μ m), del basso Cretaceo (Albiano). Questi sono ben esposti in corrispondenza di un taglio stradale a *Croce dell'Eremita*, sul versante NW del Monte Faito, a circa 30 km a SE di Napoli. Tali strati appartengono ad una successione che è stata studiata in dettaglio in termini di sedimentologia, petrografia, geochimica e petrofisica (Galluccio et al., 2008).

La successione affiorante presso il Monte Chianello presenta calcari e dolomie della medesima epoca di quelli sopra descritti (Albiano), seguiti da spessi banchi di dolomie del Cenomaniano.

Tali successioni sono state selezionate sulla base di diverse analogie con gli orizzonti produttivi della Piattaforma Apula. Esse consistono di un'alternanza di limestone e calcari dolomitizzati in fase diagenetica, caratterizzati da diverse superfici esposte, testimoniate da livelli di argilla ed evaporati silicizzate, nonché da una sottile transizione a conglomerati di scarpata. Gli strati di limestone (1, 57, 107) sono caratterizzati da una tessitura di tipo mud-rich (wake-stone e packstone) e mostrano porosità media molto bassa (He-porosity 1.91%). Gli strati di dolomia (66, 71, 102, 118, 120) comprendono tessiture meso e macro-cristalline, con una porosità media leggermente maggiore (He-porosity 3.01%; Giorgioni et al., 2016).

3.2 Dati di fratturazione rilevati

La principale tecnica di campionamento di dati geologico strutturali adottata in questo lavoro è il metodo della scan line, consistente nel misurare spaziatura e vari altri attributi delle fratture, lungo una linea ideale di campionamento, che nel nostro caso è parallela agli strati meccanici (Fig. 5a). Nella fattispecie, sono state condotte n. 54 scan line presso l'affioramento del Monte Faito e n. 23 presso il Monte Chianello, della lunghezza variabile tra 60 cm e 200 cm. Per ogni frattura sono state registrate le seguenti caratteristiche: tipo di frattura (joint, vena, stratabound e non), orientazione, distanza dall'origine della scan line ed apertura. Allo scopo di calcolare valori medi di spaziatura tra fratture, le scan line condotte iniziavano e terminavano in corrispondenza di due fratture distinte; in tal modo ogni scan line ha fornito più valori di spaziatura e si precisa qui, che l'analisi statistica è stata condotta sui valori individuali di spaziatura piuttosto che sui valori medi. L'apertura di ogni frattura è stata stimata in campagna tramite il comparatore logaritmico proposto da Ortega et al. (2006; Fig. 5b). Allo scopo di investigare la distribuzione spaziale delle fratture stratabound, gli strati meccanici sono stati studiati in siti distanti da pieghe e dalle zone di faglia. L'analisi ha coinvolto strati, in molti casi adiacenti, caratterizzati da differenti spessori e litologie, in maniera tale da analizzare, tramite analisi di correlazione, l'effetto dei diversi parametri in gioco, i.e. mineralogia, tessitura e grain size, spessore dello strato, sulle caratteristiche delle fratture quali spaziatura ed apertura.



Fig. 5. a) Scan line su affioramento; b) comparatore logaritmico per la misura di apertura di fratture (Ortega et al., 2006).

3.3. Analisi statistica delle fratture

I set di joint stratabound sono stati studiati in dettaglio poiché in letteratura non sono disponibili studi dettagliati riguardanti l'apertura di tali fratture; allo scopo di fornire un quadro completo riguardo la geometria di tali joint network, l'analisi statistica ha interessato anche la spaziatura tra fratture, sebbene tale parametro sia stato già oggetto di diversi studi da parte di altri autori (e.g. Price, 1966; Huang & Angelier, 1989; Narr & Suppe, 1991; Gross, 1993; Mandal et al., 1994; Gross & Engelder, 1995; Wu & Pollard, 1995; Narr, 1996; Pascal et al., 1997; Bai & Pollard, 2000). L'analisi della correlazione di spaziatura ed apertura di fratture con lo spessore degli strati meccanici ha tenuto conto della marcata eteroschedasticità dei dati (Fig. 6; Dekking et al., 2005). Pertanto non è stato applicato il metodo tradizionale dei minimi quadrati ma è stata realizzata un'apposita routine per il calcolo della retta di best-fit, secondo i criteri sotto illustrati.

3.3.1. Maggiori problemi nelle statistiche di dati di apertura e spaziatura tra fratture

3.3.1.1. Applicazione del metodo dei minimi quadrati

Le Fig. 6a e 6c, mostranti rispettivamente i diagrammi di spaziatura ed apertura in funzione dello spessore meccanico degli strati per tutte le litologie studiate, mettono in evidenza una sistematica dipendenza della varianza di tali grandezze con lo spessore stesso (eteroschedasticità; e.g. Dekking et al., 2005). Nella fattispecie, la deviazione standard di tali grandezze appare crescente al crescere delle grandezze stesse.



Fig. 6. Diagrammi a dispersione di apertura e spaziatura di fratture in funzione dello spessore meccanico di strato, con ordinate in scala lineare e logaritmica. a) Apertura - spessore con ordinate in scala lineare ; b) apertura - spessore con ordinate in scala logaritmica; c) spaziatura - spessore con ordinate in scala logaritmica. I ventagli evidenziati con ombreggiatura nelle immagini (a) e (c) mettono in evidenza una marcata tendenza della varianza di spaziatura ed apertura a crescere lungo l'ascissa (eteroschedasticità). tale comportamento sistematicamente scompare quando le ordinate sono riportate in scala logaritmica, come nelle immagini (b) e (d).

L'eteroschedasticità è un problema spesso sottovalutato nell'analisi ai minimi quadrati, tuttavia essa può distorcere significativamente la stima dei parametri di regressione lineare in quanto, nel caso in cui essa sia rilevante, viene meno l'ipotesi basilare di costanza della deviazione standard dei residui (Dekking et al., 2005).

3.3.1.2. Errori nella misura delle aperture di joint

Il campionamento e l'analisi statistica di dati di apertura delle fratture risultano più problematici rispetto all'analisi di dati di spaziatura, a causa di evidenti limiti dei metodi di misurazione di campagna ad occhio nudo o con lente da geologo. Infatti, allo scopo di evitare inaccuratezze delle misure di apertura rilevate in campo tramite lente da geologo, sulla base delle condizioni di visibilità ed esposizione alla luce delle rocce affioranti si è deciso di fissare, sulla scala di Fig. 5b, un valore minimo di soglia pari a 0.265 mm; pertanto, tutti i valori di apertura inferiori o uguali a tale soglia, relativi a tutte le fratture visibili rilevate, sono stati raggruppati nell'unica classe di apertura pari a 0.265 mm.

Quindi, per le piccole fratture, ad esempio quelle con valori di apertura inferiori a 0.5 mm (che costituiscono una parte apprezzabile dell'intero campione rilevato), solo tre classi di apertura sono di fatto disponibili: 0.4 mm, 0.3 mm e 0.265 mm. Tale esiguo numero di classi di apertura disponibili rende problematica un'accurata stima della varianza e deviazione standard dei valori campionati, poiché risulta troncata la loro naturale variabilità nella parte sinistra del diagramma di Fig. 6a.

Inoltre, il raggruppamento di valori sopra descritto, implica una marcata tendenza della retta dei minimi quadrati ad intersecare l'asse delle ordinate proprio in corrispondenza del valore di soglia imposto (arbitrariamente), pari a 0.265 mm, a cui consegue una distorsione della stima dei parametri – i.e. coefficiente angolare e termine noto – della retta dei minimi quadrati. Supponiamo, infatti, a titolo di esempio, che esista effettivamente una correlazione lineare tra valori di apertura e spessore meccanico di strato, con termine noto pari a 0.1 mm e coefficiente pari ad *m*; in tal caso, una sistematica sovrastima del termine noto (dal valore di 0.1 mm verso il valore distorto di 0.265 mm) è associata ad una sottostima del coefficiente angolare della retta dei minimi quadrati, poiché essa subisce una rotazione in senso orario.

Altri errori sistematici nelle statistiche riguardanti l'apertura di fratture sono dovuti al weathering, i.e. esposizione agli agenti atmosferici che possono alterare in maniera significativa l'apertura delle fratture affioranti, nonché alle differenti condizioni di stress esistenti (decompressione) tra le fratture affioranti e quelle sepolte.

Gli errori correlati al campionamento possono essere corretti applicando i metodi descritti nella prossima sezione, laddove per gli errori relativi a weathering e decompressione, il problema andrebbe affrontato con approcci differenti e attualmente non vi sono metodi di correzione consolidati in letteratura. Tuttavia, nonostante la presenza degli tali errori, l'analisi statistica qui descritta fornisce informazioni utili circa il tipo di distribuzione di probabilità dei valori di apertura e spaziatura di fratture, nonché le leggi di correlazione esistenti tra tali grandezze e lo spessore degli strati meccanici.

3.3.2. Riduzione degli errori tramite criterio dei minimi quadrati modificato e metodo di Massima Verosimiglianza

Allo scopo di ridurre gli effetti dell'eteroschedasticità dei valori di apertura e spaziatura di fratture, ho riportato tali dati su diagrammi con ordinate in scala logaritmica (Fig. 6b, 6d), così come suggerito in Dekking et al. (2005); la Fig. 6 mette in evidenza come nei diagrammi semi-logaritmici l'eteroschedasticità si riduca drasticamente (o sia praticamente assente). Sulla base di tale osservazione possiamo ipotizzare che i residui dei logaritmi dei valori studiati presentino deviazione standard non variabile lungo l'asse delle ascisse. Pertanto la retta dei minimi quadrati è stata individuata minimizzando la somma dei quadrati dei residui r_j , calcolati come differenza tra i logaritmi dei valori osservati e quelli previsti:

$$\mathbf{r}_{j} = \ln z_{j} - \ln y_{j} ; \qquad (9)$$

dove z_j denota il valore di apertura o spaziatura tra fratture osservato ed y_i quello calcolato come funzione lineare dello spessore di strato. Si noti che tale modello è compatibile con un modello di distribuzione statistica della grandezza osservata (apertura o spaziatura) di tipo Log Normale, in cui la media dei logaritmi è funzione lineare dello spessore meccanico di strato, e la deviazione standard (dei logaritmi) è costante.

Un ulteriore accorgimento che si potrebbe adottare allo scopo di ridurre gli errori sistematici discussi nella sezione precedente, riguardanti i valori di apertura di frattura inferiori alla soglia prevista per il campionamento, consiste nell'utilizzo del criterio di Massima Verosimiglianza in luogo di quello dei minimi quadrati, per il calcolo dei parametri della retta di regressione. I dettagli di tale metodo sono illustrati in Dekking et al. (2005); di seguito descrivo sinteticamente alcuni dettagli del metodo applicato al caso specifico considerato.

Si indichino con x_i i limiti tra classi di apertura contigue; ad esempio, x_1 denoti il valore di separazione tra le classi di apertura $s_1 = 0.265$ mm ed $s_2 = 0.3$ mm, x_2 il valore di separazione tra le classi di apertura $s_2 = 0.3$ mm ed $s_3 = 0.4$ mm e così via. In tal caso x_i é un valore intermedio tra s_i ed s_{i+1} , opportunamente scelto.

Assumendo che i valori di apertura presentino una distribuzione Log Normale $F_{m,q}(x)$, la cui media è funzione lineare dello spessore dello strato meccanico T, i cui parametri sono coefficiente m e termine noto q, e con deviazione standard costante e calcolata per ogni retta di regressione come deviazione dei residui, allora la probabilità che un valore di apertura misurato, S, rientri nella classe di valori s_i , che indico con $p_{m,q}(s_i)$, nel caso in cui i > 1, è:

$$Pr(S = s_i) = p_{m,q}(s_i) = F_{m,q}(x_i) - F_{m,q}(x_{i+1}); \qquad i > 1; \qquad (10)$$

laddove per la prima classe di aperture si ha:

$$Pr(S = s_1) = p_{m,q}(s_1) = F_{m,q}(x_1); \qquad i = 1.$$
(11)

Pertanto, la Funzione Verosimiglianza L(m,q) dato il campione $\{X_k, T_k\}$ (e.g. Dekking et al., 2005), assume la forma seguente:

$$L(m,q) = p_{m,q}(X_1) \ p_{m,q}(X_2) \ \dots \ p_{m,q}(X_k) \ \dots \tag{12}$$

Ricercando il massimo di tale funzione sul piano (m,q) per via numerica, si ottengono le stime di massima verosimiglianza dei parametri $m \in q$. Si noti che

nell'Eq. 11 risiede la sostanziale differenza del metodo qui illustrato con quello dei minimi quadrati. Infatti, secondo il metodo dei minimi quadrati, ogni volta che si rileva un campione di apertura appartenente alla classe 0.265 mm, si afferma che il valore osservato è pari al valore derivante dalla legge di correlazione lineare a cui si aggiunge un errore aleatorio, cioè si afferma che tale valore osservato è sostanzialmente prossimo a quello teorico (affermazione falsa) laddove, secondo il metodo qui descritto (e in particolare, secondo l'Eq. 11), si afferma che detto valore osservato è inferiore al valore s_1 (affermazione corretta).

Per le ragioni esposte il metodo di Massima Verosimiglianza non risente della distorsione di stima da cui è invece affetto il metodo dei minimi quadrati, applicato ad un campione prelevato secondo il criterio sopra descritto (i.e. troncato per valori inferiori a 0.265 mm).

Attualmente sto lavorando ad una validazione di tale criterio di stima tramite metodi Monte Carlo, tuttavia detto studio non è ancora completo e sarà oggetto di prossime pubblicazioni. Pertanto l'analisi di regressione dei dati di campagna qui studiati è stata condotta secondo il metodo dei minimi quadrati.

3.4. Simulazioni numeriche: metodo di discretizzazione adottato per le equazioni di diffusione

Le simulazioni numeriche del comportamento idraulico di mezzi porosi fratturati sono state condotte per mezzo di routine realizzate ad hoc, tramite linguaggio Visual Basic for Applications su piattaforma MS Excel, allo scopo di avere piena conoscenza delle assunzioni/approssimazioni introdotte nel calcolo. Tali routine si basano su schemi alle differenze finite di equazioni di diffusione (paraboliche). Il principale scopo di tali simulazioni consiste nel fornire esempi, basati su semplici modelli con valori verosimili di ampiezza delle fratture, permeabilità e porosità di matrice:

- che verifichino che mezzi porosi fratturati che mostrano identico comportamento in condizioni stazionarie, possono esibire comportamento del tutto differente in condizioni dinamiche,
- che consentano una comprensione chiara delle dinamiche interne dei moti filtranti a diverse scale di osservazione e dello scambio di fluidi all'interno dei diversi sotto-sistemi permeabili presenti nell'ammasso roccioso,
- che forniscano una stima dei tempi di percorrenza delle particelle fluide all'interno dei diversi sotto-sistemi permeabili presenti nella roccia (i.e. matrice porosa, fratture grandi e piccole).

Le equazioni illustrate in 2.3.1. sono state discretizzate con un passo di calcolo spaziale piccolo rispetto alle dimensioni caratteristiche del fracture network, in particolare rispetto alla minima spaziatura tra fratture, allo scopo di fornire uno schema di calcolo che sia scevro dalle approssimazioni introdotte con i criteri di omogeneizzazione illustrati in 2.3.2. e 2.3.3. Pertanto lo schema di calcolo adottato risulta esatto per quanto concerne le approssimazioni legate alla omogeneizzazione, laddove ovviamente le soluzioni sono affette da approssimazioni conseguenti alla discretizzazione.

Poiché in tutti gli esempi qui proposti il mezzo poroso compreso tra le fratture è considerato omogeneo, i.e. con proprietà costanti in due generici punti del dominio considerato, nonché isotropo, allora l'Eq. 2 assume la forma seguente: $\Phi = K_m \nabla^2 h$, dove K_m è uno scalare costante.

Quindi, adottando il metodo di derivazione discreto di tipo forward, risulta:

$$\nabla^{2} \mathbf{h} = (\mathbf{h}_{i+1\,j} + \mathbf{h}_{i-1\,j} + \mathbf{h}_{i\,j+1} + \mathbf{h}_{i\,j-1} - 4 \mathbf{h}_{ij}) / \Delta^{2}; \tag{13}$$

dove Δ denota il passo di calcolo spaziale ed *i* e *j* denotano il numero di nodo, nella maglia di calcolo, lungo gli assi *x* ed *y* rispettivamente. Pertanto, l'Eq. 3 assume la forma seguente:

$$h_{i+1\,j} + h_{i-1\,j} + h_{i\,j+1} + h_{i\,j-1} - 4 \quad h_{ij} = \Delta^2 C_m / K_m \quad \partial h / \partial t.$$
(14)

Il criterio di discretizzazione lungo l'asse temporale va valutato con maggior attenzione rispetto a quello di discretizzazione lungo gli assi spaziali sopra descritto, in quanto una scelta inappropriata può introdurre problemi di stabilità del calcolo; detto criterio è descritto nel paragrafo seguente.

Per quanto concerne le fratture, la relazione permeabilità-apertura è stata modellizzata tramite la nota legge cubica, in cui il deflusso nella frattura è associato a quello tra due lastre scabre parallele. Indicando con K_f il coefficiente di filtrazione della frattura e con *b* la sua apertura, l'equazione di continuità discretizzata per un concio di frattura orientato parallelamente all'asse *x*, con lunghezza Δ e larghezza *b* assume la forma seguente:

$$K_{m}/(b_{f}\Delta) (h_{i+1 j} + h_{i-1 j} - 2 h_{ij}) + K_{f}/\Delta^{2} (h_{i j+1} + h_{i j-1} - 2 h_{ij}) = C_{f} \partial h/\partial t;$$
(15)

dove C_f ha il medesimo significato del coefficiente dell'Eq. 3 ma dipende dalla compressibilità della roccia fratturata, il primo termine tra parentesi della somma rappresenta il flusso scambiato tra matrice e frattura ed il secondo quello scambiato tra il concio considerato ed il resto della fessura.

Infine, in corrispondenza dell'intersezione di due fratture con permeabilità K_{fI} e K_{f2} , con aperture pari a b_1 e b_2 , dove $b_1 < b_2$, si ottiene la seguente equazione di continuità discreta per il concio di frattura (grande) orientato parallelamente all'asse *x*, con lunghezza b_1 e larghezza b_2 :

$$\frac{K_{f1}}{b_1 \Delta} \left(\mathbf{h}_{i\,j+1} + \mathbf{h}_{i\,j-1} - 2 \, \mathbf{h}_{ij} \right) + \frac{K_{f2}}{b_1^2} \left(\mathbf{h}_{i+1\,j} + \mathbf{h}_{i-1\,j} - 2 \, \mathbf{h}_{ij} \right) = C_{f2} \, \partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{t} \,. \tag{16}$$

Per le fratture con orientazione parallela all'asse y ovviamente le espressioni per l'equazione di continuità sono le medesime, in cui gli indici $i \in j$ sono scambiati tra loro, laddove per le fratture oblique tali equazioni (che possono essere facilmente ricavate per trasformazione di coordinate) non sono riportate, in quanto tutti gli esempi e simulazioni di questo manoscritto considerano solo fratture parallele agli assi coordinati. Non si è tenuto conto di possibili dissipazioni aggiuntive dovute al mixing in corrispondenza della confluenza tra fratture.

3.4.1. Metodo di Crank-Nicholson

La scelta del criterio di discretizzazione lungo l'asse dei tempi delle Eq. 14, 15 e 16 deve tener conto della stabilità del processo di calcolo. Infatti si dimostra che, adottando il metodo di discretizzazione dell'equazione parabolica più semplice e pratico, quale la derivazione discreta forward, la stabilità è garantita solo se il rapporto tra passo di calcolo temporale e quadrato di quello spaziale è inferiore ad un appropriato valore. Una prima versione della routine di calcolo da me sviluppata per simulare il comportamento idraulico di mezzi porosi fratturati faceva uso di tale modello di discretizzazione, tuttavia essa si è dimostrata in diversi casi eccessivamente lenta, a causa del ridotto passo temporale adottato. Allo scopo di utilizzare passi di calcolo temporali più ampi, garantendo comunque la stabilità di calcolo, ho adottato il metodo di Crank-Nicholson, il quale ha il vantaggio di consentire l'uso di passi temporali molto più ampi rispetto al metodo forward, tuttavia, come spiegato sotto, presenta svantaggi legati ad una maggior complessità degli algoritmi che lo utilizzano.

Per spiegare entrambi i metodi facciamo inzialmente riferimento all'Eq. 3 applicata ad un modello monodimensionale: $\partial^2 h / \partial x^2 = c \ \partial h / \partial t$.

Denotando con i e k gli indici di nodo dell'asse x e del tempo t rispettivamente, l'applicazione del metodo forward porta alla seguente espressione:

$$(\mathbf{h}_{i+1\ k} + \mathbf{h}_{i-1\ k} - 2\ \mathbf{h}_{ik}) / \Delta^2 = \mathbf{c} (\mathbf{h}_{i\ k+1} - \mathbf{h}_{ik}) / \tau ; \qquad (17)$$

dove τ denota il passo temporale.

Esplicitando il temine $h_{i \ k+1}$ si ottiene un'espressione che fornisce il valore della quota piezometrica nell'istante $t + \tau$ (i.e. t_{k+1}) in funzione di valori nell'istante t (i.e. t_k).

$$\mathbf{h}_{i\,k+1} = (\mathbf{h}_{i+1\,k} + \mathbf{h}_{i-1\,k} - 2\,\mathbf{h}_{ik})\,\tau\,/(\mathbf{c}\,\Delta^2) + \mathbf{h}_{ik}\,; \qquad (17\text{bis})$$

Nel metodo di Crank-Nicholson la quantità $c \partial h/\partial t$ non è supposta uguale a $\partial^2 h/\partial x^2$ calcolato nell'istante t_k , così come accade nel metodo forward, ma è supposta uguale a tale quantità, calcolata in un istante intermedio tra t_k e t_{k+1} , il cui valore è stimato come media tra tali valori, come nell'espressione seguente:

$$\mathbf{c} \left(\mathbf{h}_{i\,k+1} - \mathbf{h}_{ik} \right) / \tau = \left(\partial^2 \mathbf{h} / \partial x^2 |_{t=tk} + \partial^2 \mathbf{h} / \partial x^2 |_{t=tk+1} \right) / 2; \qquad (18)$$

pertanto l'espressione discreta secondo tale metodo è la seguente:

$$\left(\left(h_{i+1\ k}+h_{i-1\ k}-2h_{ik}\right)+\left(h_{i+1\ k+1}+h_{i-1\ k+1}-2h_{ik+1}\right)\right)/(2\Delta^{2})=c\left(h_{i\ k+1}-h_{ik}\right)/\tau.$$
(19)

Esplicitando h_{ik+1} si ottiene un'espressione in cui, oltre ai termini relativi all'istante *t* (i.e. quelli con pedice *k*), compaiono anche i termini ad esso adiacenti, $h_{i+1 \ k+1}$ e $h_{i-1 \ k+1}$, i quali a loro volta dipendono anche da $h_{i \ k+1}$ stesso; il metodo risulta pertanto implicito, in quanto ad ogni passo temporale, le equazioni relative a tutti i nodi sull'asse *x* vanno risolte simultaneamente.

3.4.2. L'algoritmo e le routine di calcolo utilizzati

Seguendo la medesima linea di ragionamento utilizzata per ottenere l'Eq. 19, si ricava l'Eq. 14 discretizzata secondo il metodo di Crank-Nicholson, la quale assume l'espressione seguente:

$$((h_{i+1jk} + h_{i-1jk} + h_{ij+1k} + h_{ij-1k} - 4 h_{ijk}) + (h_{i+1jk+1} + h_{i-1jk+1} + h_{ij+1k+1} + h_{ij-1k+1} - 4 h_{ijk+1})) /2 = \Delta^2 C_m / K_m (h_{ijk+1} - h_{ijk}) / \tau ;$$

$$(20)$$

esplicitando $h_{i k+1}$ si ottiene l'espressione seguente:

$$h_{ijk+1} = \tau K_m / (2 \Delta^2 C_m) (h_{i+1jk} + h_{i-1jk} + h_{ij+1k} + h_{ij-1k} + h_{i+1jk+1} + h_{i-1jk+1} + h_{i-1jk+1} + h_{ij+1k+1} + h_{ij-1k+1} - 4 (h_{ijk+1} + h_{ijk})) + h_{ijk} .$$

$$(21)$$

Questa è l'equazione utilizzata per gli algoritmi di simulazione sviluppati nel presente lavoro di tesi. Allo scopo di semplificare la scrittura dei programmi di simulazione, per la soluzione simultanea di tali equazioni per ogni passo di
calcolo temporale, è stata utilizzata la funzione di calcolo iterativo di MS Excel per i riferimenti circolari (per la descrizione di tali funzioni si rimanda alla Guida in Linea di Excel, alle voci 'Riferimenti circolari' e 'Modificare il ricalcolo, l'iterazione o la precisione delle formule'). L'uso di tale funzione ha consentito lo sviluppo di routine piuttosto snelle, sebbene abbia presentato lo svantaggio di tempi di calcolo crescenti al crescere del passo temporale; in ogni caso i tempi di calcolo sono risultati soddisfacenti nella gran parte dei casi.

3.4.3. Scelta del passo di calcolo

Sebbene il metodo di Crank-Nicholson sia incondizionatamente stabile, la scelta di un passo di calcolo temporale eccessivamente ampio può condurre ad una soluzione oscillante, anche notevolmente, intorno a quella esatta. Inoltre, poiché il mezzo fratturato include sottosistemi permeabili che presentano tempi di risposta notevolmente differenti - nella fattispecie i sottosistemi più permeabili presentano risposte più rapide - allora appare appropriato l'uso di un passo di calcolo variabile che consenta di osservare il loro comportamento idraulico su differenti scale di osservazione temporali. Pertanto, per le simulazioni effettuate è stato adottato un passo di calcolo crescente secondo una legge esponenziale, a partire da un valore iniziale sufficientemente piccolo, tale da garantire un comportamento stabile del processo di calcolo a tutte le scale temporali osservate; inoltre, l'uso di tale legge di variazione del passo di calcolo migliora anche la leggibilità dei diagrammi portata-tempo e/o quota piezometrica-tempo, in quanto i valori di output così ottenuti appaiono equispaziati su diagrammi con ascisse in scala logaritmica. Per i diversi modelli per i quali sono state qui condotte simulazioni numeriche, il valore iniziale del passo di calcolo temporale ed il suo tasso di crescita sono stati calcolati per tentativi di volta in volta.

4 – Risultati e discussione

4.1. Analisi statistica della fratturazione e modello strutturale per joint stratabound

Il rilevamento strutturale condotto ha evidenziato in entrambi i siti studiati, presso i Monti Faito e Chianello, la presenza di due set di fratture estensionali (Modo I, vene e joint) sub-ortogonali, con direzioni NNE-SSW e WNW-ESE. Tali fratture, di tipo stratabound e non-stratabound, sono perpendicolari alla stratificazione ed interessano le intere successioni studiate. Nel presente lavoro è stata studiata in dettaglio la dipendenza di caratteristiche del network di joint stratabound, quali apertura di fratture e loro spaziatura, da caratteristiche della roccia quali spessore degli strati, mineralogia e tessitura.

4.1.1. Spaziatura di joint stratabound

Diversi autori hanno documentato come la spaziatura tra fratture sia proporzionale allo spessore dello strato meccanico (e.g. Price, 1966; Huang & Angelier, 1989; Narr & Suppe, 1991; Gross, 1993; Mandal et al., 1994; Gross & Engelder, 1995; Wu & Pollard, 1995; Narr, 1996; Pascal et al., 1997; Bai & Pollard, 2000). Nel presente lavoro la correlazione fra spaziatura tra fratture e spessore dello strato meccanico è stata studiata tramite analisi di regressione secondo i criteri illustrati in Sect. 3.3.2. Pertanto la retta dei minimi quadrati, nel diagramma Spaziatura – Spessore, è stata valutata minimizzando la somma dei quadrati dei residui, calcolati come differenza tra logaritmi naturali dei valori osservati e dei valori predetti (Eq. 9).

I risultati dell'analisi di regressione, riportati in Fig. 7 nonché in Tabella 1, mostrano che i coefficienti di proporzionalità fra spaziatura e spessore di strato, associati a diverse petrofacies in affioramento presso il Monte Faito, non esibiscono deviazioni rilevanti dal valore di 1.2, stimato per l'intero data set. I dati prelevati presso il Monte Chianello forniscono sostanzialmente risultati simili, mostrando un valore leggermente maggiore (1.38). Tali evidenze confermano come lo spessore dello strato meccanico sia il fattore che esercita il maggior controllo sulla spaziatura tra joint, laddove altre caratteristiche della host rock, quali litologia e tessitura, non hanno influenza significativa.

Spacing data	Lithology	Coefficient	Standard deviation of residuals
Mt. Faito	Dolomite B	1.290	0.194
	Dolomite A	1.162	0.270
	Mudstone	1.218	0.241
	Packstone	1.157	0.143
	All	1.196	0.224
Mt. Chianello	Mudstone	1.414	0.152
	Packstone	1.312	0.102
	All	1.379	0.138

Tabella 1. Risultati dell'analisi di regressione condotta su dati di spaziatura tra fratture stratabound. L'ultima colonna sulla destra riporta la deviazione standard dei residui, calcolati come differenza tra i logaritmi naturali dei valori osservati e previsti (si veda il testo).



Fig. 7. Diagrammi a dispersione di spaziatura tra fratture in funzione dello spessore meccanico di strato, con ordinate in scala lineare sulla sinistra e logaritmica sulla destra.

4.1.2. Apertura di joint stratabound

L'analisi di regressione dei dati di apertura di fratture è stata condotta in maniera analoga a quella descritta per i dati di spaziatura. Nonostante gli errori sistematici commessi sulla stima dei parametri, dovuti all'adozione di una soglia inferiore per il campionamento dei valori di apertura di joint (Sect. 3.3.1.2.), i dati mostrano chiaramente come la dipendenza dell'apertura dallo spessore di strato sia ben descritta da una legge lineare che, tuttavia, a differenza di quanto rilevato per le spaziature, non può essere una legge di proporzionalità, in quanto il termine noto è evidentemente diverso da zero (Fig. 8). I risultati dell'analisi di regressione sono riportati in Tabella 2 e mostrano che, con eccezione del caso dei packstone del Faito (Fig. 8), tutti i coefficienti sono compresi nell'intervallo 0.0025 - 0.0037 mm/cm. La deviazione significativa del coefficiente calcolato per i packstone potrebbe essere dovuta alla presenza di alcuni outlaier ben visibili sul lato destro del diagramma di Fig. 8 (packstone/grainstone). Infatti, eliminando dall'analisi i tre valori maggiori di 0.9 mm, la stima del coefficiente della retta dei minimi quadrati è pari a 0.0033 mm/cm, la quale anche ricade nell'intervallo sopra menzionato (0.0025 - 0.0037 mm/cm). Tali outlaier potrebbero essere associati ad errori di campionamento di campagna, all'effetto del weathering o semplicemente ad un campionamento "sfortunato", cioè il campionamento di uno o pochi valori che deviano marcatamente dal valore atteso a causa dell'elevato valore della varianza associato ai maggiori valori di apertura (Sect. 3.3.1.2.). Tenendo presenti le diverse fonti di errore nell'analisi dei valori di apertura di fratture descritti nei paragrafi 3.3.1.1. e 3.3.1.2., possiamo concludere che i coefficienti stimati per le differenti litologie in entrambi gli affioramenti dei Monti Faito e Chianello non mostrano significative deviazioni dal valore medio di 0.003 mm/cm. Tali risultati evidenziano come lo spessore dello strato meccanico sia il fattore che esercita la maggiore influenza anche per i valori di apertura dei joint stratabound, laddove la litologia assume un ruolo marginale.



Fig. 8. Diagrammi a dispersione ell'apertura di fratture in funzione dello spessore meccanico di strato, con ordinate in scala lineare sulla sinistra e logaritmica sulla destra.

Aperture data	Lithology	Coefficient	Constant term	Standard deviation of residuals
Mt. Faito	Dolomite B	0.0030	0.261	0.187
	Dolomite A	0.0023	0.279	0.228
	Mudstone	0.0037	0.249	0.146
	Packstone	0.0056	0.220	0.179
	All	0.0031	0.260	0.202
Mt. Chianello	Mudstone	0.0026	0.245	0.149
	Packstone	0.0035	0.256	0.176
	All	0.003	0.250	0.16

Tabella 2. Risultati dell'analisi di regressione condotta su dati di apertura di fratture stratabound. L'ultima colonna sulla destra riporta la deviazione standard dei residui, calcolati come differenza tra i logaritmi naturali dei valori osservati e previsti (si veda il testo).

4.2. Simulazioni numeriche: confronto del comportamento idraulico di volumi elementari di roccia contenenti fratture con differenti valori di apertura e spaziatura

Allo scopo di illustrare come volumi elementari di roccia porosa fratturata che mostrano identico comportamento in condizioni di flusso stazionario, in quanto caratterizzati da identici valori di permeabilità, possano esibire risposta sostanzialmente diversa in condizioni dinamiche, abbiamo condotto simulazioni numeriche che riproducono quanto qualitativamente illustrato in Sez. 2.4., fornendo pertanto una descrizione quantitativa del fenomeno studiato. Tali simulazioni riproducono il comportamento di due corpi bi-dimensionali, indicati con B_1 e B_2 (Fig. 9a), costituiti dallo stesso mezzo poroso permeabile. Ognuno di tali corpi, aventi sezione quadrata con lato di 10 cm, contiene due set di fratture mutuamente ortogonali con valori di spaziatura ed apertura costanti. Il sistema B_1 mostra fratture più spaziate e con maggior apertura rispetto a B_2 ; i valori di spaziatura ed apertura dei joint in B_1 e B_2 sono stati impostati in maniera tale entrambi mostrino la medesima permeabilità in condizioni stazionarie. La simulazione è stata realizzata per differenze finite, secondo i criteri illustrati in Sez. 3.4., fissando le seguenti condizioni al contorno:

h = 0.01 m, per ogni nodo della maglia, per t = 0 s;

h = 0 m, sul lato sinistro e

h = 0.01 m, sul lato destro, per t > 0 s;

dove h denota la quota piezometrica espressa in metri, t è il tempo ed il flusso è supposto parallelo alle pareti laterali.

I risultati ottenuti sono stati confrontati con il comportamento di un volume elementare di mezzo poroso non fratturato, avente la medesima permeabilità di B_1 e B_2 .

La simulazione rivela che B_1 e B_2 mostrano risposte dinamiche molto differenti e rilasciano il fluido più lentamente dell'equivalente mezzo poroso omogeneo. Il sistema B_1 , caratterizzato da più alti valori di spaziatura tra fratture, rilascia fluido molto più lentamente di B_2 (Fig. 9b, 9c). Il diagramma in Fig. 9c mostra il volume di fluido erogato – calcolato per integrazione temporale della differenza tra flusso entrante ed uscente attraverso la superficie di contorno – in funzione del tempo. Si noti che, per rilasciare il 50% del volume totale erogato, il copro B_1 impiega un tempo di oltre un ordine di grandezza maggiore di quello impiegato da B_2 .

Il differente comportamento dei sistemi B_1 e B_2 dipende dal fatto che il tempo medio speso da una generica particella fluida, contenuta nella matrice porosa, per raggiungere il fracture network, è proporzionale alla lunghezza media del percorso esistente tra il generico poro e la frattura più vicina, ossia alla semi-spaziatura media tra fratture (Fig. 9a). Di conseguenza, per un dato valore di permeabilità di matrice, il sistema caratterizzato da una maggiore densità di fratture consente una più rapida espulsione dei fluidi; si precisa che questa non va intesa come una conclusione generale ma solo come una interpretazione dei risultati della simulazione effettuata (che considera l'effetto della variazione di densità di fratture in un mezzo con proprietà di matrice costanti) in quanto, usualmente, rocce caratterizzate da differenti intensità di fratturazione mostrano diverse caratteristiche di matrice, quali porosità e permeabilità.



Fig. 9. A) Sistemi porosi fratturati a confronto. I valori di apertura e spaziatura tra fratture sono stati impostati in maniera tale che, ipotizzando la ben nota legge cubica per la relazione apertura-coefficiente filtrazione, i due volumi elementari presentino la medesima permeabilità in condizioni di flusso stazionario. B) Diagramma della portata uscente in funzione del tempo e C) del volume di fluido rilasciato in funzione dl tempo. Il comportamento dinamico di tali volumi elementari è confrontato con quello di un volume omogeneo (i.e. non fratturato) che presenta medesime porosità e permeabilità, rappresentato nei diagrammi da linea con tratto rosso.

Poiché le operazioni di estrazione di idrocarburi, nonché 10 stoccaggio/diffusione di inquinanti nel sottosuolo, implicano moti filtranti non stazionari nell'ammasso roccioso, ne consegue che la 'traduzione' di caratteristiche di fracture set - quali orientazione, densità, apertura etc. - in valori di permeabilità e porosità, risulta essere un criterio inappropriato allo scopo di condurre simulazioni di reservoir attendibili; infatti, detto criterio, equivale a sostituire volumi elementari di mezzo poroso fratturato con volumi equivalenti di mezzo poroso omogeneo e, come evidenziato dall'esempio proposto, tale sostituzione può condurre ad errori rilevanti non quantificabili a priori.

4.3. Simulazione del comportamento idraulico di un elemento di volume di roccia contenente due set di fratture caratterizzati da differenti valori di apertura, permeabilità e spaziatura

Allo scopo di analizzare il comportamento idraulico di rocce stratificate fratturate, sono state condotte simulazioni numeriche su di un semplice modello bidimensionale costituito da un elemento di volume contenente un sistema gerarchico di strutture permeabili (Fig. 10).

Per semplificare la trattazione si assume, qui e nelle sezioni seguenti, un moto di una singola fase e secondo legge di Darcy all'interno delle fratture; tuttavia il modello e le relative equazioni possono essere opportunamente modificati allo scopo di considerare anche un flusso multi-fase e/o non-darciano (Altinos & Onder, 2008).

Il volume elementare studiato ha sezione quadrata con lato lungo 10 cm. Esso include: (i) un sistema altamente permeabile, che dovrebbe simulare il comportamento del network di joint stratabound, composto di due set di fratture ortogonali con apertura pari a 1 mm e spaziatura costante di 24 mm; (ii) un sistema a minore permeabilità (che emuli il comportamento dei joint non-stratabound), costituito da due set di fratture ortogonali, con valori di apertura e

spaziatura pari a 0.1 mm e 4 mm, rispettivamente e (iii) la host rock non fratturata, caratterizzata da un valore di permeabilità pari a $3 \cdot 10^{-4}$ m/s.

Nei due paragrafi che seguono sono illustrati i risultati di simulazioni in cui si considera il sistema sopra descritto nel caso in cui esso eroga fluido, a causa di un'improvvisa riduzione della pressione di poro in corrispondenza di una delle sue facce, nonché nel caso in cui esso accumula fluido (fluid infilling) a causa di un aumento repentino di tale pressione di poro.



Fig. 10. Sistema bidimensionale poroso fratturato, costituito da strutture permeabili gerarchiche, utilizzato nelle simulazioni.

4.3.1. Caso non stazionario con riduzione repentina della pressione di poro

La simulazione numerica è stata condotta per differenze finite, secondo gli schemi illustrati in Sez. 3.4., considerando le condizioni al contorno, nonché la simbologia, già utilizzate nella Sez. 4.2., come segue:

- h = 0.01 m, per ogni nodo della maglia, per t = 0 s;
- h = 0 m, sul lato sinistro e
- h = 0.01 m, sul lato destro, per t > 0 s.

La Fig. 11 illustra l'andamento della quota piezometrica all'interno del mezzo studiato (fracture network e matrice) in funzione del tempo. Nella Fig. 12, h_1 , h_2 e h_3 denotano le quote piezometriche relative alla pressione di poro all'interno di fratture stratabound, fratture non stratabound e matrice non fratturata, rispettivamente. Tali altezze tendono ad assumere un andamento lineare lungo l'asse del flusso dopo un tempo sufficientemente lungo, cioè quando il relativo sistema permeabile raggiunge la condizione di flusso stazionario.

Il primo sistema che raggiunge la condizione stazionaria è quello maggiormente permeabile (fratture con valore di apertura pari a 1 mm), in quanto esso mostra la più rapida diminuzione di quota piezometrica. Il sistema di fratture meno permeabili (con apertura di 0.1 mm) mostra un ritardo nel raggiungere la condizione di flusso stazionario, mentre la host rock non fratturata è l'ultimo sotto-sistema a raggiungere tale condizione di flusso. Pertanto, durante la fase transitoria, la funzione altezza h_2 forma delle cupole contornati dalle fessure maggiori (con apertura pari a 1 mm) e, conseguentemente, il fluido si sposta verso quest'ultimo sistema permeabile. Ad una scala più piccola, la funzione altezza h_3 mostra convessità contornate dalle fratture minori (i.e. con apertura di 0.1 mm). Pertanto, il fluido si sposta dalla matrice verso le fratture minori e, da queste ultime verso il network di fratture maggiori; in altre parole, il flusso avviene dal sistema a minor permeabilità verso quello più permeabile, secondo l'ordine gerarchico dei sotto-sistemi permeabili presenti.



Fig. 11. Andamento della quota piezometrica *h*, nel mezzo analizzato, per diversi valori del tempo, dove $T_0 = 2 \cdot 10^{-10}$ s. Tale diagramma mette ben in evidenza come la funzione *h* mostri convessità, o cupole, contornate dalle fratture maggiori, mentre l'immagine di dettaglio a lato (singola cella contornata da fratture maggiori) mostra come, a scala inferiore, dette cupole presentino a loro volta diverse convessità contornate dalle fratture minori. Poiché le particelle fluide si muovono parallelamente la gradiente di *h*, ne consegue che il fluido si sposta dalla matrice verso le fratture minori e, successivamente, da queste ultime verso le fratture maggiori, seguendo la gerarchia delle strutture permeabili presenti.



Fig. 12. Andamento nel tempo delle quote piezometriche h_1 , $h_2 e h_3$ separatamente e a diverse scale di osservazione, nel mezzo analizzato. Tale diagramma illustra come il sistema di fratture maggiori presenti la più rapida diminuzione della quota piezometrica nel tempo, rispetto ai sistemi meno permeabili, costituiti dalle fratture minori e dalla matrice non fratturata. Quando $T \rightarrow \infty$ il flusso raggiunge la condizione stazionaria e le quote piezometriche h_1 , $h_2 e h_3$ mostrano un andamento lineare lungo l'asse del flusso, appartenendo alla medesima superficie piana (si noti che i tre diagrammi in basso utilizzano differenti scale temporali).

Un'altra interessante osservazione riguarda la portata attraverso una generica superficie all'interno del modello bidimensionale illustrato; questo include i contributi forniti dai joint stratabound, da quelli non stratabound e dalla matrice non fratturata. Nelle simulazioni effettuate, tale portata è stata calcolata per diverse superfici con differenti orientazioni e, in tutti i casi, il contributo fornito dal flusso attraverso le fratture minori (non stratabound) e la matrice non fratturata è praticamente trascurabile. Pertanto, risulta confermata la liceità dell'assunzione alla base di modelli dual- e multiple-porosity, secondo la quale il flusso scambiato tra due elementi di volume adiacenti passa integralmente attraverso il sottosistema maggiormente permeabile (le fratture maggiori).

4.3.1. Caso non stazionario con aumento della pressione di poro

Nell'esempio che segue si considera il volume elementare studiato, soggetto a condizioni iniziali invertite rispetto al caso precedente, in cui il suo lato inferiore subisce un incremento repentino della pressione di poro (fluid infilling; Fig. 13):

- h = 0 m, per ogni nodo della maglia, per t = 0 s;
- h = 0 m, sul lato sinistro e
- h = 0.01 m, sul lato destro, per t > 0 s.

Anche in questo caso il sistema più permeabile presenta la più rapida variazione di quota piezometrica. Pertanto, h_1 cresce più rapidamente di h_2 che a sua volta mostra un incremento più repentino rispetto ad h_3 . Di conseguenza, contrariamente al precedente caso di riduzione della pressione di poro, il fluido si sposta dal sistema a maggior permeabilità verso quello meno permeabile, secondo l'ordine gerarchico. La risposta dinamica di un volume elementare di mezzo poroso fratturato sotto tali condizioni al contorno è rilevante anche ai fini dell'applicazione di tecniche di enhanced oil recovery basate sull'iniezione di fluidi (in forma liquida o gassosa) nel sottosuolo. In conseguenza dei tale

iniezione, il fluido si sposta dal network di fratture stratabound verso quello non stratabound (ossia all'interno di ogni blocco, come indicato in Fig. 13), ostacolando così, durante tutta la fase transitoria del flusso, l'estrazione di petrolio stoccato nelle fratture non stratabound e nella matrice non fratturata (ossia la sua frazione solitamente più cospicua).



Fig. 13. Diagramma riportante l'andamento della quota piezometrica h per la condizione di fluid infilling. Si noti come l'aumento di pressione di poro nelle fratture stratabound (per esempio come conseguenza di enhanced oil recovery per iniezione forzata di fluido) causi un'iniezione di fluido all'interno di ogni blocco, contrastando così l'estrazione di petrolio stoccato nelle fratture non stratabound e nella matrice non fratturata.

4.4. Simulazione del comportamento idraulico di un volume esteso di roccia contenente due set di fratture caratterizzati da differenti valori di apertura, permeabilità e spaziatura

Allo scopo di studiare il comportamento idraulico di un volume esteso di roccia fratturata, ho considerato un sistema bidimensionale costituito da un quadrato con lato 12.4 m contenente due set ortogonali di fratture con apertura pari a 1 cm e due set ortogonali di fratture minori con apertura di 1 mm, in cui si ipotizza la presenza di un punto di estrazione di fluido centrale (pozzo puntiforme) ed una condizione lungo il contorno esterno caratterizzata da un livello fisso di quota piezometrica (Fig. 14).



Fig. 14. Flusso radiale verso pozzo centrale, in mezzo esteso poroso con due set di fratture sovrapposti, caratterizzati da differente coefficiente di filtrazione.

Tali simulazioni sono state condotte per differenze finite, secondo lo schema di Crank-Nicholson, su maglia di calcolo spaziale con lato di 10 cm e con passo temporale variabile esponenzialmente, secondo i criteri esposti nel paragrafo 3.4.3. Per il sistema descritto è stata simulata la risposta nel caso di emungimento di una portata costante pari a 10 l/s, nonché la risposta, in termini di risalita di quota piezometrica, in caso di arresto repentino del medesimo emungimento (prova di build up; Fig. 15). Nella fattispecie, si è imposta la condizione iniziale seguente: h= 15 m, per t = 0 s e *portata* = 10 l/s per t > 0, nel caso dell'emungimento; per la condizione di build up il valore iniziale della quota piezometrica è quello raggiunto al termine della prova di emungimento e si è imposta la condizione *portata* = 0 per t > 0. I diagrammi in Fig. 15 riportano le quote piezometriche misurate in corrispondenza del pozzo ed alla distanza di 1m circa (si ricorda che il modello qui descritto è ideale ed il pozzo da cui si effettua l'emungimento è considerato puntiforme, ossia con diametro nullo), in corrispondenza di una delle fratture grandi (1 cm di apertura), di una delle fratture piccole e della matrice non fratturata.



1,00E-05 1,00E-04 1,00E-03 1,00E-02 1,00E-01 1,00E+00 1,00E+01 1,00E+02 1,00E+03 1,00E+04



1,00E-05 1,00E-04 1,00E-03 1,00E-02 1,00E-01 1,00E+00 1,00E+01 1,00E+02 1,00E+03 1,00E+04

Fig. 15. Andamento delle quote piezometriche misurate in corrispondenza del pozzo puntiforme (h_{well}) e alla distanza di 1m da quest'ultimo, in corrispondenza di una frattura maggiore (h_3) , di una minore (h_2) e della host rock non fratturata (h_1) . Il diagramma in alto si riferisce ad una prova di emungimento con portata costante pari a 10 l/s; quello in basso alla prova di risalta che si attua interrompendo repentinamente il flusso.

Il risultato della simulazione è congruente con quanto già osservato nella sezione precedente, relativamente al volume elementare; i sotto-sistemi più permeabili presentano una risposta più rapida, sia in termini di abbassamento della quota piezometrica (emungimento) sia nel caso di incremento di quest'ultima (prova di build up).

Un'ulteriore interessante osservazione riguarda le velocità locali dei fluidi ed i tempi di percorrenza delle particelle fluide all'interno dei differenti sotto-sistemi permeabili (fratture grandi e piccole, matrice). In Fig. 16 sono evidenziati, su di un diagramma riportante il modulo delle velocità locali durante la prova di emungimento, due tra gli infiniti percorsi possibili effettuati dalle particelle fluide ed i relativi tempi di percorrenza attraverso le fratture grandi, quelle piccole, nonché la matrice non fratturata. Come si può osservare, il percorso indicato con *path1* richiede un tempo inferiore rispetto al *path2*, nonostante il primo sia di lunghezza maggiore, in quanto nel secondo percorso (sebbene non sia chiaramente visibile in figura per questioni grafiche) il tratto all'interno della matrice non fratturata è di lunghezza maggiore. In particolare, ciò che si osserva è che la maggior parte del tempo di percorso è spesa all'interno della matrice non fratturata; per esempio, nel path1 i fluidi impiegano 78 giorni per attraversare la matrice, 18 ore attraverso le piccole fratture e solo gli ultimi 39 minuti sono spesi per attraversare le grandi fratture, nonostante questa ultima frazione del percorso sia quella notevolmente più lunga. Tale osservazione mette in evidenza come il tempo di estrazione dei fluidi dal sottosuolo dipenda in maggior misura dalla permeabilità della matrice non fratturata e dalla spaziatura media delle fratture più piccole (che invece sono spesso quelle meno studiate nella caratterizzazione di reservoir) laddove la geometria e permeabilità delle grandi fratture sembra assumere un ruolo marginale. Ciò potrebbe anche spiegare la circostanza spessissimo osservata nell'ingegneria del petrolio, secondo cui le proprietà petrofisiche della roccia (che influenzano principalmente la geometria delle sole fratture minori e la permeabilità e porosità della matrice non fratturata; e.g.

Giorgioni et al., 2016) hanno un impatto determinante sulla qualità di un giacimento.



Fig. 16. Possibili percorsi delle particelle fluide nel mezzo poroso fratturato e relative velocità. Le particelle fluide possono spendere la maggior parte del tempo di percorso nei brevi tratti della all'interno matrice porosa non fratturata. Il fluido impiega più tempo ad effettuare il percorso più breve (path 2) poiché, in tale percorso, esso deve un maggior attraversare spessore di roccia non fratturata rispetto al path 1.

Estimated path time						
	path 1	path 2				
Matrix	78	85	(Days)			
Small fract.	18	13	(hours)			
Large fract.	39	3.75	(min.)			

4.5. Considerazioni sui moti filtranti attraverso set di fratture mostranti differenti caratteristiche

I network di fratture stratabound e non-stratabound mostrano geometrie alquanto differenti e, pertanto, è verosimile che essi assumano ruoli differenti nel controllare il flusso di fluidi all'interno della roccia fratturata. Le considerazioni qui illustrate sono basate sull'assunzione fondamentale che il sistema di fratture sia molto più permeabile della matrice non fratturata. Pertanto, tali concetti non trovano applicazione al caso limite in cui la permeabilità di matrice sia paragonabile a quella del fracture network, come ad esempio accade nei vuggy reservoir, che non sono trattati nel presente lavoro.

I joint stratabound, insieme ai giunti di strato formano un reticolo permeabile ben connesso e con geometria regolare. Il percorso dei fluidi all'interno di tali fratture mostra anch'esso geometria regolare e la sua lunghezza tra due generici punti $A \, e \, B$, ha il medesimo ordine di grandezza della distanza euclidea AB (Fig. 17). Nell'area studiata, la geometria del network di fratture stratabound - e, pertanto, anche la lunghezza dei percorsi delle particelle fluide – è principalmente controllata dagli spessori degli strati meccanici e dalla loro distribuzione spaziale.

Dall'altro lato, le fratture non-stratabound formano un network irregolare, caratterizzato da una marcata variabilità spaziale in termini di spaziatura tra fratture e loro apertura. Inoltre, la geometria del percorso dei fluidi può essere notevolmente condizionata dalla presenza di joint mineralizzati (vene), che ostacolando localmente il flusso, possono rendere tali percorsi particolarmente tortuosi. Pertanto, la lunghezza del percorso effettuato dalle particelle fluide tra due generici punti A e B può essere molto maggiore della distanza euclidea AB (Fig. 17). Inoltre, si mette qui in evidenza che, per una data differenza di quota piezometrica tra due generici punti A e B, il gradiente medio (e quindi la velocità locale del fluido) è inversamente proporzionale alla lunghezza del percorso effettivo AB e non alla distanza euclidea AB. Pertanto, all'interno di tali fracture

network i fluidi viaggiano più lentamente lungo percorsi più lunghi se paragonati al caso dei joint stratabound.

Per tali ragioni sembra verosimile ipotizzare che i network di fratture stratabound presentino generalmente permeabilità maggiori o molto maggiori rispetto ai sistemi di fratture non-stratabound.



Fig. 17. All'interno della rete di fratture stratabound la lunghezza del percorso tra due punti generici A e B, ha lo stesso ordine di grandezza della distanza euclidea AB. All'interno del network di fratture non stratabound (in basso), la presenza di vene, ostacolando il flusso può locale, conferire notevole tortuosità al percorso dei fluidi e, pertanto, la lunghezza del percorso tra due punti generici A e B può diventare molto maggiore della distanza euclidea AB.

4.6. Modello gerarchico per le strutture permeabili in rocce stratificate e scelta del modello multiple porosity adeguato

Da una dettagliata analisi strutturale svolta nell'ambito di un progetto di ricerca che include il presente lavoro di tesi (Guerriero et al., 2010, 2011, 2013, 2015), nonché da precedenti studi di altri autori (e.g. Odling et al., 1999; Massonnat et al., 2002; Al-Ahmadi and Wattenbarger, 2011), emerge un modello per le strutture permeabili nelle rocce, applicabile a formazioni geologiche molto diffuse, che distingue quattro sistemi permeabili gerarchici sovrapposti, caratterizzati da uno specifico comportamento statistico dei principali parametri che li caratterizzano e da differenti scale di osservazione e permeabilità (Fig. 18):

- (i) Faglie e strutture associate: rappresentano strutture a grande scala caratterizzate da elevata permeabilità; diversi autori hanno proposto recentemente algoritmi per la simulazione stocastica di tali network (e.g. Tran and Rahman, 2006; Tran et al., 2006);
- (ii) Set di joint stratabound: alla scala del metro, tali sistemi di fratture mostrano permeabilità intermedia; le proprietà di tali fratture quali apertura e spaziatura e, pertanto la permeabilità di tali network, sono principalmente controllate dagli spessori degli strati meccanici e dalla loro distribuzione spaziale, laddove la litologia assume un ruolo marginale;
- (iii) Set di joint non-stratabound: si osservano su diverse scale di osservazione, che vanno da quella del metro a quella dei cristalli; la geometria di tali sistemi di joint (distribuzione di spaziatura ed apertura) è controllata principalmente dal crystal size, laddove la mineralogia e lo spessore degli strati meccanici assumono un ruolo marginale;
- (iv) Host rock non fratturata: alla scala dei cristalli, tale sistema è, nella maggior parte dei casi, quello meno permeabile rispetto agli altri sopra menzionati; le sue caratteristiche sono controllate da proprietà petrofisiche della roccia, quali mineralogia, tessitura e dimensione dei cristalli.



Fig. 18. Sistemi permeabili gerarchici in rocce stratificate. Alla grande scala osserviamo i sistemi di faglie. Alla scala del metro/decimetro si osservano i joint stratabound, che consistono in fratture tensili con spaziatura regolare, le cui estremità terminano in corrispondenza dei giunti di strato. A scala inferiore e fino a quella sub-millimetrica/micro-metrica, le fratture non-stratabound formano un reticolo permeabile, pervasivo e capillare all'interno della roccia. Alla scala dei cristalli troviamo il sistema meno permeabile costituito dalla roccia porosa non fratturata.

Per quanto concerne la scelta del modello numerico da adottare per la simulazione del comportamento idraulico di rocce fratturate, per le considerazioni sopra illustrate, possiamo escludere l'uso del modello single-porosity e possiamo considerare i modelli dual- e/o multiple-porosity. In linea di principio, si potrebbe utilizzare un modello dual-porosity, il quale, a differenza di come si osserva comunemente in letteratura (in cui tali modelli sono composti dalle fratture maggiori e da una matrice costituita dalla host rock e dalle fratture minori), è costituito dalla host rock non fratturata e da tutte le fratture, grandi e minori presenti (microfratture comprese); tuttavia in un tale modello sarebbe particolarmente complicato caratterizzare la geometria di un sistema indifferenziato di fratture e inoltre, per esso si dovrebbe preventivamente verificare la validità dell'Eq. 6. La scelta più naturale per la simulazione del modello geologico strutturale sopra illustrato è costituita dal modello multipleporosity, che può essere triple-porosity o quadruple-porosity a seconda della del volume elementare considerata; dimensione quest'ultima dipende principalmente dall'efficienza degli algoritmi utilizzati e dalla capacità di calcolo dell'hardware utilizzato. Considerando che nell'area studiata la spaziatura media tra le faglie è dell'ordine della decina di metri, allora se ad esempio il volume elementare è un cubo con lato di 2 m, si potrebbe utilizzare un sistema tripleporosity costituito da fratture stratabound, fratture non-stratabound e matrice non fratturata; se invece si considerasse un volume elementare con lato di alcune decine di metri, allora andrebbe utilizzato un modello quadruple-porosity, dove il quarto sottosistema permeabile è costituito dal sistema di faglie. Chiaramente, la scelta della dimensione del volume elementare dipende dall'estensione, in termini di volume, del reservoir che si vuole simulare e dalla capacità del processore impiegato di gestire in tempi ragionevoli tutte le incognite del problema, adottando un opportuno algoritmo di calcolo.

5 – Considerazioni conclusive e prospettive di ricerca futura

L'analisi statistica dei caratteri delle fratture stratabound evidenziato una dipendenza lineare sia della spaziatura tra joint (risultato già noto) sia della loro apertura, dallo spessore degli strati meccanici. Il fatto che l'eteroschedasticità dei dati, in entrambi i casi, svanisca utilizzando un diagramma semi-logaritmico suggerisce che, per ogni classe di spessore meccanico, spaziatura ed apertura dei joint mostrino una distribuzione Log Normale. Inoltre la medesima analisi, condotta per ogni singola litologia, ha messo in evidenza che lo spessore degli strati meccanici è il fattore che ha il maggior controllo sia sulla spaziatura tra fratture sia sulla loro apertura, laddove la litologia assume un ruolo marginale. Tali risultati forniscono strumenti utilissimi al fine di modellizzare i network di joint stratabound presenti in una successione, una volta note le litologie e gli spessori degli strati meccanici, ad esempio sulla base di dati perforazione e/o di well logging.

Le simulazioni numeriche del comportamento idraulico di volumi porosi fratturati hanno confermato le ipotesi di partenza, fornendo risposte quantitative a considerazioni che precedentemente erano solo qualitative. Il risultato più interessante è quello relativo al confronto del comportamento idraulico di mezzi, caratterizzati da uguale porosità e permeabilità ma differente assetto strutturale, in condizioni dinamiche. I tempi di risposta, in termini di portata o di volume erogato, variano di oltre un ordine di grandezza, passando da un mezzo con poche grandi fratture ad uno più densamente fratturato (ma con uguale permeabilità) ed infine ad uno omogeneo; ciò mette in evidenza che è sostanzialmente errato "tradurre" le caratteristiche della fratturazione in un volume elementare, in termini di porosità e permeabilità, in quanto ciò non conduce ad un risultato di calcolo approssimato ma alla restituzione di valori, delle variabili di interesse, sostanzialmente diversi da quelli reali. Un altro dato interessante che emerge dalle simulazioni è l'analisi delle velocità locali dei fluidi all'interno dei diversi sottosistemi permeabili. In particolare, ciò che si osserva è che la maggior parte del tempo di percorso di una particella fluida, che dal generico poro della roccia

raggiunge un pozzo di estrazione (passando attraverso matrice e tutti i sistemi di fratture alle varie scale di osservazione), è spesa nel brevissimo tratto all'interno della matrice non fratturata. Tale osservazione mette in evidenza come il tempo di estrazione dei fluidi dal sottosuolo dipenda in maggior misura dalla permeabilità della matrice non fratturata e dalla spaziatura media delle fratture più piccole (che invece sono spesso quelle meno studiate nella caratterizzazione di reservoir) laddove la geometria e permeabilità delle grandi fratture sembra assumere un ruolo secondario.

Il lavoro di ricerca condotto fornisce un importante punto di partenza per futuri studi rivolti alla formulazione di modelli di reservoir simulation più realistici rispetto agli attuali, in quanto ci ha consentito di sviluppare diverse considerazioni teoriche circa il moto di fluidi in mezzi porosi fratturati. In primo luogo, dalle simulazioni condotte risulta evidente che la sostituzione di un volume elementare poroso fratturato con un volume equivalente omogeneo con uguali porosità e permeabilità, conduce ad un risultato che diverge notevolmente dalla soluzione esatta. Pertanto i modelli single-porosity risultano inadeguati; inoltre, anche i modelli dual-porosity presentano seri limiti, in quanto, usualmente, essi considerano un sistema di fratture maggiori sovrapposto ad una matrice che è costituita dal sistema di pori e tutte le fratture minori, riproponendo quindi, a scala più piccola, il medesimo errore di modellizzazione del modello single-porosity. Il modello gerarchico di sistemi permeabili sovrapposti descritto in Sect. 1 richiede la modellizzazione tramite sistemi multiple-porosity (Guerriero et al., 2013). Si mette in evidenza che l'adozione di modelli multiple-porosity comporta il serio svantaggio di un considerevole aumento di incognite nell'ambito dei problemi d'inversione (i.e. determinazione dei parametri idraulici relativi al sottosuolo sulla base di dati di superficie e di pozzo di varia natura), tuttavia uno studio attento del modello qui proposto consente una riduzione notevole delle variabili in gioco, consentendo, potenzialmente, di realizzare nel prossimo futuro modelli di calcolo in grado di determinare la circolazione idraulica sotterranea, alle diverse scale di osservazione, in tempi ragionevoli.

Riferimenti Citati

- Adamson, G., M. Crick, B. Gaine, O. Gurpinar, J. Hardiman and D. Ponting, 1996, Simulation throughout the life of a reservoir: Oilfield Review, v. 8, p. 16 27.
- Agosta F., M. Alessandroni, M. Antonellini, E. Tondi and M. Giorgioni, 2010, From fractures to flow: A field-based quantitative analysis of an outcropping carbonate reservoir: Tectonophysics, v. 490, p. 197-213, doi:10.1016/j.tecto.2010.05.005.
- Al-Ahmadi, H.A. and R.A. Wattenbarger, 2011, Triple-porosity models: one further step towards capturing fractured reservoirs heterogeneity, SPE Journal, SPE-SAS-1096.
- Barton, C.A. and M. D. Zoback, 1992, Self-similar distribution and properties of macroscopic fractures at depth in crystalline rock in the Cajon Pass Scientific Drill Hole: Journal of Geophysical Research 97, 5181–5200.
- Barton, C.C., 1995, Fractal analysis of scaling and spatial clustering of fractures.
 In: Barton, C.C., La Pointe, P.R. (Eds.), Fractals in the Earth Sciences.
 Plenum Press, 141-17Belfield, W. C., 1994, Multifractal characteristics of natural fracture apertures: Geophysical Research Letters, v. 21, p. 2641 2644.
- Bai, T. and Pollard, D.D., 2000, Fracture spacing in layered rocks: A new explanation based on the stress transition: Journal of Structural Geology v. 22, p. 43–57.
- Belfield, W.C., 1994, Multifractal characteristics of natural fracture apertures: Geophysical Research Letters 21, 2641e2644.

- Caine, J. S., J. P. Evans and C.B Forster, 1996, Fault zone architecture and permeability structure: Geology, **11**: 1025-1028.
- Camacho Velazquez, R., G. Fuentes-Cruz and M. A. Vasquez-Cruz, 2008, Decline-Curve Analysis of Fractured Reservoirs with Fractal Geometry: SPE Reservoir Evaluation & Engineering, v. 11, 3, p. 606-619, doi: 10.2118/104009-PA.
- Cello, G., R. Gambini, S. Mazzoli, A. Read, E. Tondi and V. Zucconi, 2000, Fault zone characteristics and scaling properties of the Val d'Agri Fault System (Southern Apennines, Italy): Journal of Geodynamics, v. 29, p. 293 – 307.
- Cello, G., C. Invernizzi, S. Mazzoli and E. Tondi, 2001, The crustal fault structure responsible for the 1703 earthquake sequence of central Italy: Tectonophysics, v. 336, p. 63 – 78.
- Cello, G., S. Mazzoli and E. Tondi, 1998, The crustal fault structure responsible for the 1703 earthquake sequence of central Italy: Journal of Geodynamics, v. 26, no. 2, p. 443 – 460.
- Dekking, F. M., C. Kraaikamp, H. P. Lopuhaa and L. E. Meester, 2005, A Modern Introduction to Probability and Statistics: Understanding Why and How: Springer-Verlag, London (UK).
- Delay, F. and J. L. Lamotte, 2000, Numerical simulations of geological reservoirs: improving their conditioning through the use of entropy: Mathematics and Computers in Simulation, v. 52, p. 311–331.
- Diggle, P. J. and P. J. Ribeiro, 2007, Model-based Geostatistics: New York, Springer Science+Business, 229 p.

- Dreier J., E. Ozkan, and H. Kazemi, 2004, New analytical pressure-transient models to detect and characterize reservoirs with multiple fracture systems, SPE Journal, SPE 92039.
- Etminan, A. H. and A. Seifi, 2008, An Improved Model for Geostatistical Simulation of Fracture Parameters and their Effects on Static and Dynamic Models: EngOpt 2008 – International Conference on Engineering Optimization, Rio de Janeiro, Brazil, 01 - 05 June 2008.
- Galluccio L., Frijia G., Iannace A., Mazzoli S., Parente M., Vitale S., Giorgioni
 M. and D'amore M., 2008, Diagenesis and petrophysics of dolomite in the
 "middle" Cretaceous of the Sorrento Peninsula (Southern Apennines):
 Rendiconti Online SGI, v. 2, p. 79-84.
- Gharbi, R. B. C., 2004, Use of reservoir simulation for optimizing recovery performance: Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 42, p. 183–194, doi:10.1016/j.petrol.2003.12.010.
- Gillespie, P., 2003, Discussion: Comment on "The geometric and statistical evolution of normal fault systems: an experimental study of the effects of mechanical layer thickness on scaling laws" by R.V. Ackermann, R.W. Schlische and M.O. Withjac: Journal of Structural Geology 25, 819-822.
- Gillespie, P.A., J. D. Johnston, M. A. Loriga, K. L. W. McCaffrey, J. J. Walsh and J. Watterson, 1999, Influence of layering on vein systematics in line samples. In: McCaffrey, K.L.W., Lonergan, L., Wilkinson, J.J. (Eds.), Fractures, Fluid Flow and Mineralisation. Geological Society, London, Special Publication 155, pp. 35–56.

- Gillespie, P.A., J. J. Walsh, J. Watterson, C. G. Bonson and T. Manzocchi, 2001, Scaling relationships of joints and vein arrays from The Burren, Co. Clare, Ireland: Journal of Structural Geology 23, 183–202.
- Giorgioni M., A. Iannace, M. D'Amore, F. Dati, L. Galluccio, V. Guerriero, S. Mazzoli, M. Parente, C. Strauss, S. Vitale, 2016, Impact of early dolomitization on multi-scale petrophysical heterogeneities and fracture intensity of low-porosity platform carbonates (Albian-Cenomanian, southern Apennines, Italy), Marine and Petroleum Geology, v. 73, p. 462-478, doi:10.1016/j.marpetgeo.2016.03.011.
- Gross, M.R., 1993, The origin and spacing of cross joints: Examples from the Monterrey Formation, Santa Barbara coastline, California: Journal of Structural Geology, v. 15, p. 737–751.
- Gross, M.R. and Engelder T., 1995, Strain accommodated by brittle failure in adjacent units of the Monterey Formation, U.S.A.: Scale effects and evidence for uniform displacement boundary conditions: Journal of Structural Geology, v. 17, p. 1303–1318.
- Gudmundsson, A., 1987, Geometry, formation, and development of tectonic fractures on the Reykjanes Peninsula, southwest Iceland: Tectonophysics 139, 295–308.
- Guerriero, V., A. Iannace, S. Mazzoli, M. Parente, S. Vitale and M. Giorgioni, 2010, Quantifying uncertainties in multi-scale studies of fractured reservoir analogues: Implemented statistical analysis of scan line data: Journal of Structural Geology, v. 32, p. 1271-1278, doi: 10.1016/j.jsg.2009.04.016.

- Guerriero V., S. Vitale, S. Ciarcia and S. Mazzoli 2011, Improved statistical multi-scale analysis of fractured reservoir analogues: Tectonophysics, v. 504, p. 14-24, doi: 10.1016/j.tecto.2011.01.003.
- Guerriero, V., Mazzoli, S., Iannace, A., Vitale, S., Carravetta and A., Strauss,
 C. 2013, A permeability model for naturally fractured carbonate reservoirs:
 Marine and Petroleum Geology, v. 40, p. 115-134, doi: 10.1016/j.marpetgeo.2012.11.002.
- Guerriero, V., Dati, F., Giorgioni, M., Iannace, A., Mazzoli, S. and Vitale, S., 2015, The role of stratabound fractures for fluid migration pathways and storage in well-bedded carbonates: Italian Journal of Geosciences, v. 134, p. 383-395, doi: 10.3301/IJG.2014.27.
- Heffer, K.J. and T.G. Bevan, 1990, Scaling relationships and natural fractures:
 Data, theory and applications: Society of Petroleum Engineers, Europec
 90, The Hague, October 22–24, SPE Paper 20981, 367–376.
- Hooker, J. N., J. F. W. Gale, L. A. Gomez, S. E. Laubach, R. Marrett and R. M. Reed, Aperture-size scaling variations in a low-strain opening-mode fracture set, Cozzette Sandstone, Colorado: Journal of Structural Geology, 31, 707-718, doi:10.1016/j.jsg.2009.04.001.
- Huang, Q. and J. Angelier, 1989, Fracture spacing and its relation to bed thickness: Geological Magazine 126, 355–362.
- Iannace, A., L. Galluccio, V. Guerriero, S. Mazzoli, M. Parente and S. Vitale, 2008, Dolomites within the Mesozoic carbonates of Southern Apennines (Italy): genetic models and reservoir implications: Rendiconti online Societa' Geologica Italiana 2, 109-114.

- Makel G. H., 2007, The modelling of fractured reservoirs: constraints and potential for fracture network geometry and hydraulics analysis: Geological Society, London, Special Publications, v. 292; p. 375-403, doi: 10.1144/SP292.21.
- Mandal, N., Deb, S.K. and Khan, D., 1994, Evidence for a nonlinear relationship between fracture spacing and layer thickness: Journal of Structural Geology, v. 16, p. 1275–1281.
- Mandelbrot, B., 1983, The Fractal Geometry of Nature. Freeman and Company, New York.
- Massonnat, G. and J. Viszkok, 2002, Hierarchical Organization of Flow Network in Fractured Carbonate Reservoirs: Identification and Characterization of Key Parameters: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 29 September-2 October 2002, San Antonio, Texas, doi:10.2118/77488-MS.
- Mata-Lima, H., 2008, Reservoir characterization with iterative direct sequential co-simulation: Integrating fluid dynamic data into stochastic model: Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 62, p. 59–72, doi:10.1016/j.petrol.2008.07.003.
- Mazzoli S., S. Barkham, G. Cello, R. Gambini, L. Mattioni, P. Shiner and E. Tondi, 2001, Reconstruction of continental margin architecture deformed by the contraction of the Lagonegro Basin, southern Apennines, Italy: Journal of the Geological Society, 158, 309-319.
- Mazzoli, S., M. D'Errico, L. Aldega, S. Corrado, C. Invernizzi, P. Shiner and M. Zattin, 2008, Tectonic burial and 'young' (<10 Ma) exhumation in the

southern Apennines fold-and-thrust belt (Italy): Geology, v. 36, p. 243–246, doi: 10.1130/G24344A.

- Narr, W. and Suppe, J., 1991, Joint spacing in sedimentary rocks: Journal of Structural Geology 13, 1037–1048.
- Narr, W., 1996, Estimating average fracture spacing in subsurface rock: AAPG Bulletin 80, 1565–1586.
- Odling, N.E., Gillespie, P., Bourgine, B., Castaing, C., Chiles, J.P., Christensen,
 N.P., Fillion, E., Genter, A., Olsen, C., Thrane, L., Trice, R., Aarseth, E.,
 Walsh, J.J., Watterson, J., 1999, Variations in fracture system geometry
 and their implications for fluid flow in fractured hydrocarbon reservoirs:
 Petroleum Geoscience, v. 5, p. 373-38.
- Ortega, O., Marrett, R. and Laubach, E., 2006, A scale-independent approach to fracture intensity and average spacing measurement: AAPG Bulletin, v. 90, p. 193–208, doi: 10.1306/08250505059.
- Pascal, C., Angelier, J., Cacas, M.-C. and Hancock, P.L., 1997, Distribution of joints: Probabilistic modeling and case study near Cardiff (Wales, U.K.): Journal of Structural Geology 19, 1273–1284.
- Price, N. J., 1966, Fault and joint development in brittle and semibrittle rocks: Pergamon Press, Oxford.
- Qiu K. and H. Li, 2018, A New Analytical Solution of the Triple-Porosity Model for History Matching and Performance Forecasting in Unconventional Oil Reservoirs, SPE Journal, SPE 191361.

- Sahimi, M., 2000, Fractal-wavelet neural-network approach to characterization and upscaling of fractured reservoirs: Computers & Geosciences, v. 26, p. 877-905.
- Shiner P., Beccacini A., and Mazzoli S., 2004, Thin-skinned versus thick-skinned structural models for Apulian carbonate reservoirs: Constraints from the Val D'Agri Fields: Marine and Petroleum Geology, v. 21, p. 805-827.
- Soares, A., 2001, Direct sequential simulation and co-simulation: Mathematical Geology, v. 33 (8), p. 911–926.
- Tran, N. H., Z. Chen and S. S. Rahman, 2006, Integrated conditional global optimisation for discrete fracture network modelling: Computers & Geosciences, v. 32. p. 17–27, doi:10.1016/j.cageo.2005.03.019.
- Tran, N. H. and S. S. Rahman, 2006, Modelling discrete fracture networks using neuro-fractal-stochastic simulation: Journal of Engineering and Applied Sciences, v. 1, p. 154 – 160.
- Warren, J. E. and P. J. Root, 1963, The behavior of naturally fractured reservoirs: SPE Journal, p. 245-255.
- Wu, H. and Pollard, D.D., 1995, An experimental study of the relationship between joint spacing and layer thickness: Journal of Structural Geology, v. 17, p. 887–905.
- Zambrano M., E. Tondi, I. Korneva, E. Panza, F. Agosta, J. M. Janiseck and M. Giorgioni, 2016, Fracture properties analysis and discrete fracture network modelling of faulted tight limestones, Murge Plateau, Italy: Italian Journal of Geosciences, v. 135, p. 55-67, doi: 10.3301/IJG.2014.42.